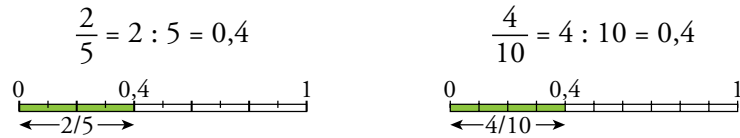


Fracciones equivalentes

Dos **fracciones** son **equivalentes** cuando expresan la misma porción de unidad.

$$\frac{2}{5} \begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline \color{green}{\blacksquare} & \color{green}{\blacksquare} & & & \\ \hline \end{array} = \frac{4}{10} \begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline \color{green}{\blacksquare} & \color{green}{\blacksquare} & & & \\ \hline \end{array}$$

Dos fracciones equivalentes tienen el mismo valor numérico.



Recuerda

¿Cómo reconocer fracciones equivalentes?

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \leftrightarrow a \cdot d = b \cdot c$$

En las fracciones equivalentes, los productos de los términos cruzados son iguales.

$$\frac{2}{5} = \frac{6}{15} \leftrightarrow \frac{2 \cdot 15}{30} = \frac{6 \cdot 5}{30}$$

Propiedad fundamental de las fracciones

Si se multiplican los dos miembros de una fracción por el mismo número, se obtiene una fracción equivalente:

$$\frac{a}{b} = \frac{a \cdot n}{b \cdot n}$$

$$\frac{2}{5} = \frac{2 \cdot 2}{5 \cdot 2} = \frac{4}{10}$$

$$\frac{2}{5} = \frac{2 \cdot 3}{5 \cdot 3} = \frac{6}{15}$$

Simplificación de fracciones

Como consecuencia de la propiedad anterior, podemos afirmar:

Si se dividen los dos términos de una fracción por el mismo número, se obtiene una fracción equivalente:

$$\frac{a}{b} = \frac{a : n}{b : n}$$

Esta transformación recibe el nombre de **simplificación de fracciones**.

Una fracción que no se puede simplificar se llama **irreducible**.

$$\frac{12}{30} = \frac{12 : 2}{30 : 2} = \frac{6}{15} = \frac{6 : 3}{15 : 3} = \frac{2}{5} \leftrightarrow \text{FRACCIÓN IRREDUCIBLE}$$

Actividades

1 Escribe tres fracciones equivalentes a:

a) $\frac{2}{3}$

b) $\frac{6}{8}$

c) $\frac{5}{50}$

2 Divide, expresa en forma decimal y comprueba que las fracciones $\frac{1}{4}$, $\frac{2}{8}$ y $\frac{3}{12}$ son equivalentes.

3 Escribe una fracción equivalente a $\frac{4}{12}$ que tenga por denominador 15.

4 Simplifica.

a) $\frac{12}{20}$

b) $\frac{12}{32}$

c) $\frac{15}{45}$

5 Obtén en cada caso la fracción irreducible:

a) $\frac{15}{18}$

b) $\frac{30}{54}$

c) $\frac{25}{75}$

6 Calcula, en cada igualdad, el término desconocido:

a) $\frac{8}{20} = \frac{10}{x}$

b) $\frac{25}{x} = \frac{15}{9}$

c) $\frac{x}{21} = \frac{12}{28}$

2 Reducción de fracciones a común denominador

Comparar, sumar y restar fracciones es muy sencillo cuando todas tienen el mismo denominador. Por eso, cuando no lo tienen, las sustituimos por otras equivalentes con igual denominador.

Analiza el proceso que se ha de seguir en el ejemplo que viene a continuación.

▼ EJEMPLO

Vamos a ordenar de menor a mayor las fracciones $\frac{7}{12}$, $\frac{13}{30}$ y $\frac{11}{20}$.

- Elegimos como denominador común el mínimo común múltiplo de los denominadores:

$$\left. \begin{array}{l} 12 = 2^2 \cdot 3 \\ 30 = 2 \cdot 3 \cdot 5 \\ 20 = 2^2 \cdot 5 \end{array} \right\} \rightarrow \text{mín.c.m. } (12, 30, 20) = 2^2 \cdot 3 \cdot 5 = 60$$

- En cada fracción, multiplicamos numerador y denominador por el mismo número, el adecuado para obtener 60 en el denominador:

$$\left. \begin{array}{l} 60 : 12 = 5 \rightarrow \frac{7}{12} = \frac{7 \cdot 5}{12 \cdot 5} = \frac{35}{60} \\ 60 : 30 = 2 \rightarrow \frac{13}{30} = \frac{13 \cdot 2}{30 \cdot 2} = \frac{26}{60} \\ 60 : 20 = 3 \rightarrow \frac{11}{20} = \frac{11 \cdot 3}{20 \cdot 3} = \frac{33}{60} \end{array} \right\} \frac{26}{60} < \frac{33}{60} < \frac{35}{60}$$

Ahora, ya podemos ordenar las fracciones: $\frac{13}{30} < \frac{11}{20} < \frac{7}{12}$

Recuerda

Para obtener el mínimo común múltiplo de varios números:

- Se descomponen en factores primos.
- Se toman los factores primos comunes y los no comunes, con el mayor exponente.

Para reducir fracciones a común denominador:

- Se calcula el mínimo común múltiplo de los denominadores.
- Se multiplican los dos miembros de cada fracción por el número que resulta de dividir el mínimo común múltiplo entre el denominador correspondiente.

Actividades

1 Reduce a común denominador, poniendo como denominador común el que se indica en cada caso.

a) $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8} \rightarrow$ Denominador común: 8

b) $\frac{2}{3}, \frac{1}{6}, \frac{5}{9} \rightarrow$ Denominador común: 18

c) $\frac{3}{4}, \frac{5}{6}, \frac{2}{9} \rightarrow$ Denominador común: 36

d) $\frac{1}{4}, \frac{3}{5}, \frac{3}{10} \rightarrow$ Denominador común: 20

2 Reduce a común denominador los siguientes grupos de fracciones:

a) $\frac{1}{4}, \frac{2}{5}$

b) $\frac{2}{3}, \frac{5}{9}$

c) $\frac{1}{4}, \frac{1}{6}, \frac{1}{12}$

d) $\frac{2}{3}, \frac{5}{6}, \frac{11}{18}$

e) $\frac{2}{5}, \frac{5}{6}, \frac{8}{15}$

f) $\frac{3}{4}, \frac{5}{8}, \frac{7}{16}$

g) $\frac{1}{15}, \frac{1}{20}, \frac{1}{30}$

h) $\frac{2}{5}, \frac{5}{9}, \frac{11}{15}, \frac{22}{45}$

Recuerda

$$\left. \begin{array}{l} 12 = 2^2 \cdot 3 \\ 8 = 2^3 \\ 6 = 2 \cdot 3 \end{array} \right\}$$

$$\text{mín.c.m. } (12, 8, 6) = 2^3 \cdot 3 = 24$$

Fracciones opuestas

- Dos **fracciones** son **opuestas** cuando su suma es cero.

- Toda fracción $\frac{a}{b}$ tiene una opuesta,

$$\frac{-a}{b} \text{ (o bien } \frac{a}{-b}\text{):}$$

$$\frac{a}{b} + \frac{-a}{b} = 0$$

EJEMPLO

$$\frac{3}{5} \rightarrow \text{Formas de la opuesta } \left\{ \begin{array}{l} -\frac{3}{5} \\ \frac{-3}{5} \\ \frac{3}{-5} \end{array} \right.$$

- Para sumar o restar fracciones, las reducimos previamente a común denominador.
- Si alguno de los sumandos es un número entero, lo transformamos en una fracción con denominador la unidad $\left(a = \frac{a}{1}\right)$.

▼ EJEMPLO

$$\frac{7}{12} - \frac{5}{8} + \frac{1}{6} \rightarrow \text{mín.c.m. } (12, 8, 6) = 24$$

$$\boxed{24 : 12 = 2} \quad \boxed{24 : 8 = 3} \quad \boxed{24 : 6 = 4}$$

$$\begin{aligned} \frac{7}{12} - \frac{5}{8} + \frac{1}{6} &= \frac{7 \cdot 2}{12 \cdot 2} - \frac{5 \cdot 3}{8 \cdot 3} + \frac{1 \cdot 4}{6 \cdot 4} = \\ &= \frac{14}{24} - \frac{15}{24} + \frac{4}{24} = \frac{14 + 4 - 15}{24} = \frac{3}{24} = \frac{1}{8} \end{aligned}$$

Sumas, restas y paréntesis

El manejo de los paréntesis en las sumas y las restas de fracciones sigue las mismas reglas que en los números enteros.

- Si se suprime un paréntesis precedido del signo más, los signos interiores no varían:

$$+ \left(\frac{a}{b} + \frac{c}{d} - \frac{m}{n} \right) = \frac{a}{b} + \frac{c}{d} - \frac{m}{n}$$

- Si se suprime un paréntesis precedido del signo menos, los signos interiores se transforman; más en menos y menos en más:

$$- \left(\frac{a}{b} + \frac{c}{d} - \frac{m}{n} \right) = -\frac{a}{b} - \frac{c}{d} + \frac{m}{n}$$

▼ EJEMPLO

- Resolución suprimiendo previamente los paréntesis:

$$\begin{aligned} \left(2 - \frac{4}{3} \right) - \left(\frac{13}{12} - \frac{3}{4} + \frac{1}{6} \right) &= \frac{2}{1} - \frac{4}{3} - \frac{13}{12} + \frac{3}{4} - \frac{1}{6} = \\ &= \frac{24}{12} - \frac{16}{12} - \frac{13}{12} + \frac{9}{12} - \frac{2}{12} = \frac{33 - 31}{12} = \frac{2}{12} = \frac{1}{6} \end{aligned}$$

- Resolución operando dentro de los paréntesis:

$$\begin{aligned} \left(2 - \frac{4}{3} \right) - \left(\frac{13}{12} - \frac{3}{4} + \frac{1}{6} \right) &= \left(\frac{6}{3} - \frac{4}{3} \right) - \left(\frac{13}{12} - \frac{9}{12} + \frac{2}{12} \right) = \\ &= \frac{2}{3} - \frac{15 - 9}{12} = \frac{2}{3} - \frac{6}{12} = \frac{8}{12} - \frac{6}{12} = \frac{2}{12} = \frac{1}{6} \end{aligned}$$

Actividades

1 Escribe la fracción opuesta de:

a) $\frac{5}{3}$ b) $-\frac{2}{3}$ c) $\frac{4}{-5}$

2 Copia y completa en tu cuaderno.

a) $\frac{2}{7} - \frac{2}{\square} = 0$ b) $\frac{3}{4} + \frac{\square}{4} = 0$
 c) $\frac{1}{6} + \frac{1}{\square} = 0$ d) $\frac{5}{8} - \frac{-5}{\square} = 0$

3 Calcula mentalmente.

a) $1 + \frac{1}{2}$ b) $1 - \frac{1}{2}$ c) $2 + \frac{1}{2}$
 d) $1 + \frac{1}{3}$ e) $1 - \frac{1}{3}$ f) $2 + \frac{1}{3}$
 g) $\frac{3}{4} - \frac{1}{2}$ h) $\frac{3}{4} + \frac{1}{2}$ i) $\frac{3}{4} - \frac{1}{8}$

4 Calcula.

a) $1 - \frac{3}{7}$ b) $2 - \frac{5}{4}$ c) $\frac{17}{5} - 3$ d) $\frac{13}{15} - 1$

5 Opera.

a) $\frac{1}{4} + \frac{2}{3}$ b) $\frac{3}{5} - \frac{1}{4}$ c) $\frac{5}{6} - \frac{5}{9}$
 d) $\frac{1}{4} + \frac{5}{16}$ e) $\frac{3}{11} - \frac{1}{2}$ f) $\frac{9}{14} + \frac{1}{4}$

6 Opera y simplifica.

a) $\frac{7}{6} + \frac{7}{12}$ b) $\frac{1}{5} + \frac{3}{10}$ c) $\frac{2}{7} - \frac{11}{14}$
 d) $\frac{1}{6} - \frac{1}{14}$ e) $\frac{7}{15} - \frac{3}{10}$ f) $\frac{7}{20} - \frac{4}{15}$

7 Calcula, reduciendo al común denominador que se indica.

a) $\frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{3}{5} \rightarrow$ Denominador común: 30

b) $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} \rightarrow$ Denominador común: 8

c) $\frac{5}{6} - \frac{3}{9} - \frac{3}{4} \rightarrow$ Denominador común: 36

d) $1 + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} \rightarrow$ Denominador común: 6

e) $\frac{7}{9} - \frac{4}{15} - \frac{1}{5} \rightarrow$ Denominador común: 45

8 Calcula.

a) $\frac{5}{8} - \frac{7}{12} + \frac{1}{4}$

b) $\frac{3}{10} + \frac{4}{5} - \frac{3}{4}$

c) $1 - \frac{6}{7} + \frac{5}{11}$

d) $\frac{9}{5} + \frac{6}{7} - 2$

9 Calcula y simplifica los resultados.

a) $\frac{4}{9} + \frac{5}{6} - \frac{7}{18}$

b) $\frac{3}{7} - \frac{2}{5} + \frac{27}{35}$

c) $\frac{5}{6} - \frac{1}{10} - \frac{1}{5}$

d) $\frac{13}{12} - \frac{5}{8} - \frac{5}{6}$

10 Opera y compara los resultados.

a) $2 - \frac{2}{3} + \frac{1}{2}$

b) $2 - \left(\frac{2}{3} + \frac{1}{2}\right)$

c) $\frac{3}{5} - \frac{1}{4} - \frac{1}{10}$

d) $\frac{3}{5} - \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{10}\right)$

11 Quita paréntesis y calcula.

a) $1 - \left(\frac{1}{4} + \frac{2}{3}\right)$

b) $\frac{3}{5} + \left(\frac{1}{6} - \frac{2}{3}\right)$

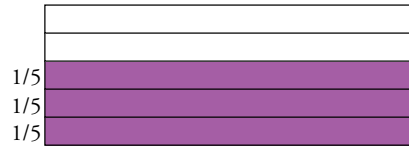
c) $\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right) - \left(\frac{1}{5} + \frac{1}{6}\right)$

d) $\left(1 - \frac{1}{7}\right) - \left(\frac{9}{14} - \frac{1}{2}\right)$

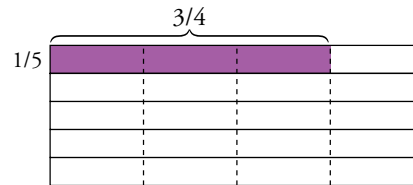
4 Multiplicación y división de fracciones

Multiplicación

Observa e interpreta los siguientes gráficos:



$$3 \cdot \frac{1}{5} = \frac{3}{5}$$



$$\frac{3}{4} \cdot \frac{1}{5} = \frac{3}{20}$$

Fracciones inversas

- Dos **fracciones** son **inversas** cuando su producto es la unidad.
- Toda fracción distinta de cero tiene inversa:

$$\text{Inversa de } \frac{a}{b} \rightarrow \frac{b}{a}$$

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{b}{a} = \frac{a \cdot b}{b \cdot a} = 1$$

La forma de llegar a los mismos resultados, sin ayuda de los gráficos, sería:

$$3 \cdot \frac{1}{5} = \frac{3}{1} \cdot \frac{1}{5} = \frac{3 \cdot 1}{1 \cdot 5} = \frac{3}{5}$$

$$\frac{3}{4} \cdot \frac{1}{5} = \frac{3 \cdot 1}{4 \cdot 5} = \frac{3}{20}$$

Para multiplicar fracciones:

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d} \leftrightarrow \begin{array}{l} \text{Se multiplican los numeradores.} \\ \text{Se multiplican los denominadores.} \end{array}$$

Recuerda

PRIORIDAD DE LAS OPERACIONES

- Primero, los paréntesis.
- Después, las multiplicaciones y las divisiones.
- Por último, las sumas y las restas.

$$\frac{7}{8} - \frac{3}{8} \cdot \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} \right)$$

$$\frac{7}{8} - \frac{3}{8} \cdot \frac{5}{6}$$

$$\frac{7}{8} - \frac{15}{48} = \frac{9}{16}$$

División

Recuerda las relaciones entre la multiplicación y la división de enteros.

$$8 \cdot 5 = 40 \rightarrow \begin{cases} 40 : 8 = 5 \\ 40 : 5 = 8 \end{cases}$$

Estas relaciones se han de mantener con las fracciones.

$$\frac{4}{5} \cdot \frac{2}{3} = \frac{8}{15} \rightarrow \begin{cases} \frac{8}{15} : \frac{4}{5} = \frac{2}{3} \\ \frac{8}{15} : \frac{2}{3} = \frac{4}{5} \end{cases}$$

En la práctica, para obtener esos resultados al dividir dos fracciones, se multiplica la primera por la inversa de la segunda o, lo que es lo mismo, se multiplican los términos cruzados.

$$\frac{8}{15} : \frac{4}{5} = \frac{8}{15} \cdot \frac{5}{4} = \frac{40}{60} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{8}{15} : \frac{2}{3} = \frac{8}{15} \cdot \frac{3}{2} = \frac{24}{30} = \frac{4}{5}$$

Para dividir dos fracciones:

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c} \leftrightarrow \text{Se multiplican los términos cruzados.}$$

▼ EJEMPLOS

$$\frac{8}{15} : \frac{4}{5} = \frac{8 \cdot 5}{15 \cdot 4} = \frac{40}{60} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{2}{5} : 6 = \frac{2}{5} : \frac{6}{1} = \frac{2 \cdot 1}{5 \cdot 6} = \frac{2}{30} = \frac{1}{15}$$

Actividades

1 Multiplica.

a) $2 \cdot \frac{1}{3}$ b) $\frac{3}{4} \cdot 5$ c) $(-7) \cdot \frac{2}{5}$
 d) $\frac{1}{6} \cdot \frac{5}{3}$ e) $\frac{3}{5} \cdot \frac{(-2)}{7}$ f) $\left(-\frac{1}{5}\right) \cdot \frac{1}{2}$

2 Multiplica y reduce como en el ejemplo.

• $\frac{2}{5} \cdot 10 = \frac{2}{5} \cdot \frac{10}{1} = \frac{20}{5} = 4$

a) $\frac{1}{3} \cdot 6$ b) $\frac{2}{(-3)} \cdot 12$ c) $\left(-\frac{3}{7}\right) \cdot 7$
 d) $\frac{3}{4} \cdot 8$ e) $\frac{5}{3} \cdot (-12)$ f) $\left(-\frac{1}{6}\right) \cdot (-18)$

3 Multiplica y obtén la fracción irreducible.

a) $\frac{2}{9} \cdot \frac{9}{2}$ b) $\frac{(-3)}{5} \cdot \frac{(-5)}{3}$ c) $\frac{13}{21} \cdot \frac{7}{13}$
 d) $\frac{4}{5} \cdot \frac{15}{2}$ e) $\frac{4}{5} \cdot \left(-\frac{10}{3}\right)$ f) $\left(-\frac{7}{9}\right) \cdot \left(-\frac{18}{35}\right)$

4 Divide estas fracciones:

a) $4 : \frac{1}{3}$ b) $\frac{3}{5} : 2$ c) $\frac{3}{5} : \frac{8}{7}$
 d) $\frac{1}{3} : 4$ e) $2 : \frac{3}{5}$ f) $\frac{8}{7} : \frac{3}{5}$

5 Ejercicio resuelto

a) $\frac{2}{5} \cdot \left(\frac{3}{4} - \frac{1}{3}\right) = \frac{2}{5} \cdot \frac{9-4}{12} = \frac{2}{5} \cdot \frac{5}{12} = \frac{10}{60} = \frac{1}{6}$
 b) $\frac{2}{5} \cdot \frac{3}{4} - \frac{1}{3} = \frac{6}{20} - \frac{1}{3} = \frac{3}{10} - \frac{1}{3} = \frac{9-10}{30} = \frac{-1}{30}$

6 Calcula y compara los resultados de izquierda y de derecha.

a) $\frac{5}{2} \cdot \frac{2}{5} - \frac{3}{10}$
 b) $\frac{5}{2} \cdot \left(\frac{2}{5} - \frac{3}{10}\right)$
 c) $\frac{15}{4} \cdot \frac{1}{3} - \frac{2}{5}$
 d) $\frac{15}{4} \cdot \left(\frac{1}{3} - \frac{2}{5}\right)$

7 Opera.

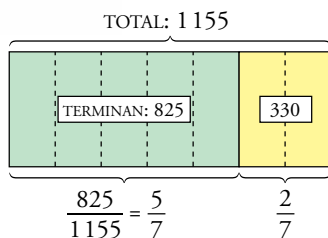
a) $\left(\frac{3}{4} - \frac{1}{5}\right) \cdot 20$
 b) $\left(\frac{3}{5} - \frac{1}{4}\right) : 7$
 c) $\frac{2}{7} \cdot \left(\frac{2}{3} - \frac{1}{6}\right)$ d) $\frac{3}{21} : \left(\frac{4}{7} - \frac{1}{3}\right)$

Se presenta una serie de problemas tipo, resueltos, cuya comprensión te facilitará el camino para resolver, por analogía, muchas situaciones con fracciones.

Fracción de una cantidad

PROBLEMA 1: CÁLCULO DE LA FRACCIÓN

En un maratón han tomado la salida 1 155 participantes, pero durante la prueba han abandonado 330. ¿Qué fracción del total de los inscritos ha llegado al final?



$$\left. \begin{array}{l} \text{Fracción que} \\ \text{abandona} \end{array} \right\} \rightarrow \frac{330}{1155} \xrightarrow{\begin{smallmatrix} :3 \\ :3 \end{smallmatrix}} \frac{110}{385} \xrightarrow{\begin{smallmatrix} :5 \\ :5 \end{smallmatrix}} \frac{22}{77} \xrightarrow{\begin{smallmatrix} :11 \\ :11 \end{smallmatrix}} \frac{2}{7}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{Fracción que} \\ \text{finaliza} \end{array} \right\} \rightarrow \frac{7}{7} - \frac{2}{7} = \frac{5}{7}$$

PROBLEMA 2: CÁLCULO DE LA PARTE (PROBLEMA DIRECTO)

En un maratón han tomado la salida 1 155 participantes. Durante la prueba han abandonado $\frac{2}{7}$ de los corredores. ¿Cuántos han llegado a la meta?

$$\text{N.º de abandonos} \rightarrow \frac{2}{7} \text{ de } 1\,155 = \frac{1\,155 \cdot 2}{7} = 330$$

$$\text{N.º de los que terminan} \rightarrow 1\,155 - 330 = 825$$

Suma y resta de fracciones

PROBLEMA 3: CÁLCULO DE LA FRACCIÓN

Un hortelano siembra $\frac{2}{5}$ de su huerta de melones y $\frac{1}{3}$ de la huerta de sandías. ¿Qué parte del terreno queda aún libre?

$$\left. \begin{array}{l} \text{Ocupado} \rightarrow \text{Melones} \rightarrow \frac{2}{5} \\ \text{Ocupado} \rightarrow \text{Sandías} \rightarrow \frac{1}{3} \end{array} \right\} \frac{2}{5} + \frac{1}{3} = \frac{6}{15} + \frac{5}{15} = \frac{11}{15}$$

$$\text{Libre} \rightarrow \frac{15}{15} - \frac{11}{15} = \frac{4}{15}$$

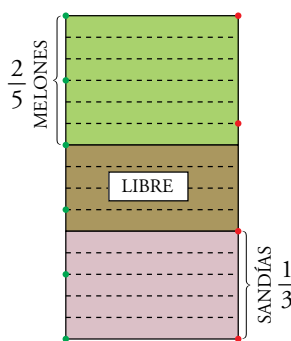
Solución: Aún quedan libres $\frac{4}{15}$ del terreno.

PROBLEMA 4: CÁLCULO DE LA PARTE (PROBLEMA DIRECTO)

Un agricultor siembra $\frac{2}{5}$ de su huerta de melones y $\frac{1}{3}$ de sandías. Si la huerta tiene $3\,000 \text{ m}^2$, ¿qué superficie queda sin sembrar?

$$\text{Sembrado} \rightarrow \frac{2}{5} + \frac{1}{3} = \frac{6}{15} + \frac{5}{15} = \frac{11}{15} \quad \text{Libre} \rightarrow \frac{15}{15} - \frac{11}{15} = \frac{4}{15}$$

$$\text{Superficie libre} \rightarrow \frac{4}{15} \text{ de } 3\,000 = \frac{3\,000 \cdot 4}{15} = 800 \text{ m}^2$$



Multiplicación y división de fracciones

PROBLEMA 5: PRODUCTO

Un frasco de perfume tiene una capacidad de $\frac{3}{20}$ de litro. ¿Cuántos litros se necesitan para llenar 30 frascos?

$$\frac{3}{20} \cdot 30 = \frac{3 \cdot 30}{20} = \frac{90}{20} = \frac{9}{2} = \frac{8}{2} + \frac{1}{2} = 4 + \frac{1}{2}$$

Solución: Para llenar 30 frascos, se necesitan cuatro litros y medio de perfume.

PROBLEMA 6: COCIENTE

Con un bidón que contiene cuatro litros y medio de perfume, se han llenado 30 frascos iguales. ¿Cuál es la capacidad de un frasco?

$$\text{Cuatro litros y medio} \rightarrow 4 + \frac{1}{2} = \frac{8}{2} + \frac{1}{2} = \frac{9}{2} l$$

$$\text{Capacidad de un frasco} \rightarrow \frac{9}{2} : 30 = \frac{9}{30 \cdot 2} = \frac{9}{60} = \frac{3}{20} l$$

PROBLEMA 7: COCIENTE

Un frasco de perfume tiene una capacidad de $\frac{3}{20}$ de litro. ¿Cuántos frascos se llenan con un bidón que contiene cuatro litros y medio?

$$\text{Cuatro litros y medio} \rightarrow 4 + \frac{1}{2} = \frac{9}{2}$$

$$\frac{9}{2} : \frac{3}{20} = \frac{9 \cdot 20}{3 \cdot 2} = \frac{180}{6} = 30$$

Solución: Con cuatro litros y medio se llenan 30 frascos.

Fracción de otra fracción

PROBLEMA 8: CÁLCULO DE LA FRACCIÓN

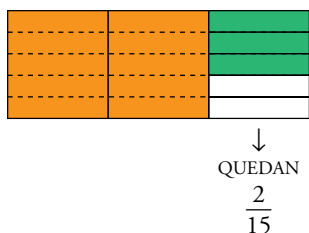
De un depósito de riego que estaba lleno, se han extraído, por la mañana, $\frac{2}{3}$ de su contenido y, por la tarde, $\frac{3}{5}$ de lo que quedaba. ¿Qué fracción de depósito queda al final del día?

Recuerda

Para calcular la fracción de otra fracción, se multiplican ambas fracciones:

$$\frac{2}{5} \text{ de } \frac{1}{3} \rightarrow \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{3} = \frac{2}{15}$$

EXTRACCIÓN MAÑANA → ●
EXTRACCIÓN TARDE → ●



Por la mañana {
Se han extraído $\frac{2}{3}$.
Queda $\frac{1}{3}$.

Por la tarde {
Se han extraído $\frac{3}{5}$ de $\frac{1}{3}$.
Quedan $\frac{2}{5}$ de $\frac{1}{3} \rightarrow \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{3} = \frac{2}{15}$.

Solución: Al final del día quedan $\frac{2}{15}$ del depósito.

PROBLEMA 9: CÁLCULO DE LA PARTE (PROBLEMA DIRECTO)

De un depósito de riego de 90 000 litros que estaba lleno, se sacan, por la mañana, $\frac{2}{3}$ de su contenido y, por la tarde, $\frac{3}{5}$ de lo que quedaba. ¿Cuántos litros quedan en el depósito?

	FRACCIÓN EXTRAÍDA	FRACCIÓN RESTANTE
MAÑANA	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{3}$
TARDE	$\frac{3}{5}$ de $\frac{1}{3}$	$\frac{2}{5}$ de $\frac{1}{3} = \frac{2}{15}$

Quedan $\frac{2}{15}$ de 90 000 l.

$$\frac{2 \cdot 90\,000}{15} = 12\,000 \text{ l}$$

Solución: Al final del día quedan 12 000 litros en el depósito.

Actividades

■ Fracción de una cantidad

- 1 Roberto ha necesitado 100 pasos para avanzar 80 metros. ¿Qué fracción de metro recorre en cada paso?
- 2 Se ha volcado una caja que contenía 30 docenas de huevos y se han roto 135. ¿Qué fracción ha quedado?



- 3 Se ha volcado una caja con 30 docenas de huevos y se han roto tres octavas partes. ¿Cuántos huevos quedan?

■ Suma y resta de fracciones

- 4 Una familia dedica dos tercios de sus ingresos a cubrir gastos de funcionamiento, ahorra la cuarta parte del total y gasta el resto en ocio. ¿Qué fracción de los ingresos invierte en ocio?
- 5 En un congreso internacional, $\frac{3}{8}$ de los delegados son americanos; $\frac{2}{5}$ son asiáticos; $\frac{1}{6}$, africanos, y el resto, europeos. ¿Qué fracción de los delegados ocupan los europeos?
- 6 Un confitero ha fabricado 20 kilos de caramelos de los que $\frac{2}{5}$ son de naranja; $\frac{3}{10}$, de limón, y el resto, de fresa. ¿Cuántos kilos de caramelos de fresa ha fabricado?

■ Producto y división de fracciones

- 7 Roberto avanza 4 metros en 5 pasos. ¿Qué fracción de metro avanza en cada paso? ¿Y en 100 pasos?
- 8 ¿Cuántos litros de aceite se necesitan para llenar 300 botellas de tres cuartos de litro?
- 9 ¿Cuántas botellas de vino de tres cuartos de litro se llenan con un depósito de 1 800 litros?
- 10 Un bote de suavizante tiene un tapón dosificador con una capacidad de $\frac{3}{40}$ de litro. ¿Cuál es la capacidad del bote sabiendo que llena 30 tapones?
- 11 Un bote de suavizante de dos litros y cuarto proporciona, mediante su tapón dosificador, 30 dosis para lavado automático. ¿Qué fracción de litro contiene cada dosis?

■ Fracción de otra fracción

- 12 Un embalse está lleno a principios de verano. En julio pierde $\frac{3}{7}$ de su contenido, y en agosto, $\frac{3}{4}$ de lo que le quedaba. ¿Qué fracción conserva aún a principios de septiembre?
- 13 Marta gasta $\frac{3}{4}$ de sus ahorros en un viaje, y $\frac{2}{3}$ del resto, en ropa. ¿Qué fracción de lo que tenía ahorrado le queda?
- 14 Marta tenía ahorrados 1 800 euros, pero ha gastado tres cuartas partes en un viaje y dos tercios de lo que le quedaba en reponer su vestuario. ¿Cuánto dinero le queda?

Las propiedades que estudiaste para las potencias de números enteros se conservan con los números fraccionarios. Estas propiedades se traducen en reglas de uso práctico; pero no te limites a memorizarlas, si comprendes su justificación, las usarás con mayor seguridad y eficacia.

Potencia de una fracción

$$\left(\frac{a}{b}\right)^3 = \frac{a}{b} \cdot \frac{a}{b} \cdot \frac{a}{b} = \frac{a^3}{b^3}$$

No lo olvides

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

Para elevar una fracción a una potencia, se elevan el numerador y el denominador a dicha potencia.

Potencia de un producto de fracciones

$$\left(\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d}\right)^2 = \left(\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d}\right) \cdot \left(\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d}\right) = \frac{a^2}{b^2} \cdot \frac{c^2}{d^2} = \left(\frac{a}{b}\right)^2 \cdot \left(\frac{c}{d}\right)^2$$

No lo olvides

$$\left(\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d}\right)^n = \left(\frac{a}{b}\right)^n \cdot \left(\frac{c}{d}\right)^n$$

La potencia de un producto es igual al producto de las potencias de los factores.

Por ejemplo: $\left(\frac{5}{6}\right)^3 \cdot \left(\frac{3}{5}\right)^3 = \left(\frac{5}{6} \cdot \frac{3}{5}\right)^3 = \left(\frac{15}{30}\right)^3 = \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{8}$

Potencia de un cociente de fracciones

$$\left(\frac{a}{b} : \frac{c}{d}\right)^3 = \left(\frac{a \cdot d}{b \cdot c}\right)^3 = \frac{a^3 \cdot d^3}{b^3 \cdot c^3} = \frac{a^3}{b^3} : \frac{c^3}{d^3} = \left(\frac{a}{b}\right)^3 : \left(\frac{c}{d}\right)^3$$

No lo olvides

$$\left(\frac{a}{b} : \frac{c}{d}\right)^n = \left(\frac{a}{b}\right)^n : \left(\frac{c}{d}\right)^n$$

La potencia de un cociente es igual al cociente de las potencias del dividendo y del divisor.

Por ejemplo: $\left(\frac{3}{10}\right)^2 : \left(\frac{6}{5}\right)^2 = \left(\frac{3}{10} : \frac{6}{5}\right)^2 = \left(\frac{15}{60}\right)^2 = \left(\frac{1}{4}\right)^2 = \frac{1}{16}$

Producto de potencias de la misma base

$$\left(\frac{a}{b}\right)^3 \cdot \left(\frac{a}{b}\right)^2 = \frac{a^3}{b^3} \cdot \frac{a^2}{b^2} = \frac{a^5}{b^5} = \left(\frac{a}{b}\right)^{5 \leftarrow (5=3+2)}$$

Para multiplicar dos potencias de la misma base, se suman los exponentes.

Por ejemplo: $\left(\frac{2}{5}\right)^3 \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^4 = \left(\frac{2}{5}\right)^{3+4} = \left(\frac{2}{5}\right)^7$

No lo olvides

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n \cdot \left(\frac{a}{b}\right)^m = \left(\frac{a}{b}\right)^{n+m}$$

Cociente de potencias de la misma base

$$\left(\frac{a}{b}\right)^7 : \left(\frac{a}{b}\right)^4 = \frac{a^7}{b^7} : \frac{a^4}{b^4} = \frac{a^7 \cdot b^4}{b^7 \cdot a^4} = \frac{a^3}{b^3} = \left(\frac{a}{b}\right)^3 \leftarrow (3 = 7 - 4)$$

No lo olvides

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n : \left(\frac{a}{b}\right)^m = \left(\frac{a}{b}\right)^{n-m}$$

Para dividir dos potencias de la misma base, se restan los exponentes.

▼ EJEMPLO

$$\left(\frac{3}{5}\right)^8 : \left(\frac{3}{5}\right)^6 = \left(\frac{3}{5}\right)^{8-6} = \left(\frac{3}{5}\right)^2$$

Potencias de exponente cero (a^0)

En principio, la expresión a^0 no tendría sentido; pero a esa combinación de signos le vamos a dar un significado dentro del lenguaje matemático:

- El cociente de dos números iguales es igual a la unidad. $\rightarrow \frac{5^3}{5^3} = 1$
 - Para dividir dos potencias de igual base, restamos los exponentes. $\rightarrow \frac{5^3}{5^3} = 5^{3-3} = 5^0$
- $$\left. \begin{array}{l} \rightarrow \frac{5^3}{5^3} = 1 \\ \rightarrow \frac{5^3}{5^3} = 5^{3-3} = 5^0 \end{array} \right\} 5^0 = 1$$

Y de la misma forma:

$$\left. \begin{array}{l} \left(\frac{a}{b}\right)^3 : \left(\frac{a}{b}\right)^3 = 1 \\ \left(\frac{a}{b}\right)^3 : \left(\frac{a}{b}\right)^3 = \left(\frac{a}{b}\right)^{3-3} = \left(\frac{a}{b}\right)^0 \end{array} \right\} \left(\frac{a}{b}\right)^0 = 1$$

No lo olvides

$$a^0 = 1 \quad \left(\frac{a}{b}\right)^0 = 1$$

La potencia de exponente cero vale siempre uno (para cualquier base distinta de cero).

Potencia de otra potencia

$$\left[\left(\frac{a}{b}\right)^2\right]^3 = \left[\frac{a^2}{b^2}\right]^3 = \frac{a^2}{b^2} \cdot \frac{a^2}{b^2} \cdot \frac{a^2}{b^2} = \frac{a^6}{b^6} = \left(\frac{a}{b}\right)^6 \leftarrow (6 = 2 \cdot 3)$$

Para elevar una potencia a otra potencia, se multiplican los exponentes.

▼ EJEMPLO

$$\left[\left(\frac{1}{2}\right)^3\right]^3 = \left(\frac{1}{2}\right)^9 = \frac{1}{2^9}$$

No lo olvides

$$\left[\left(\frac{a}{b}\right)^n\right]^m = \left(\frac{a}{b}\right)^{n \cdot m}$$

Números y potencias de base 10

Ya conoces la descomposición polinómica de un número entero según las sucesivas potencias de base diez.

$$2458 = 2 \cdot 10^3 + 4 \cdot 10^2 + 5 \cdot 10^1 + 8 \cdot 10^0$$

Esto nos proporciona un método para expresar con comodidad números de muchas cifras.

Ejercicios resueltos

Expresar como potencia de base 10 los siguientes números:

a) Un millón de billones.

$$1\,000\,000\,000\,000\,000\,000 = 10^{18}$$

b) La distancia media de la Tierra al Sol es 149 598 000 km.

$$149\,598\,000 \approx 150\,000\,000 = 150 \cdot 1\,000\,000$$

$$\text{Distancia media de la Tierra al Sol} \approx 150 \cdot 10^6 \text{ km} = 1,5 \cdot 10^8 \text{ km}$$

Reflexiona

$$52\,463\,000\,000\,000 = 52 \cdot 10^{12}$$

¿Cuál de las dos formas te parece más efectiva?

Actividades

1 Calcula.

$$\text{a) } \left(\frac{1}{2}\right)^3 \quad \text{b) } \left(\frac{1}{3}\right)^2 \quad \text{c) } \left(\frac{1}{5}\right)^4 \quad \text{d) } \left(\frac{1}{10}\right)^6$$

2 Calcula, como en el ejemplo, por el camino más corto.

$$\bullet \frac{15^4}{5^4} = \left(\frac{15}{5}\right)^4 = 3^4 = 81$$

$$\text{a) } \frac{12^3}{4^3} \quad \text{b) } \frac{8^5}{4^5} \quad \text{c) } \frac{5^4}{10^4}$$

$$\text{d) } 5^2 \cdot \left(\frac{1}{15}\right)^2 \quad \text{e) } (-4)^3 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^3 \quad \text{f) } 10^2 \cdot \left(-\frac{1}{15}\right)^2$$

3 Reduce.

$$\text{a) } \frac{x^6}{x^2} \quad \text{b) } \frac{z^4}{z^4} \quad \text{d) } \frac{x^7 \cdot x^{10}}{x^{12}} \quad \text{d) } \frac{a^3 \cdot a^7}{a^4 \cdot a^5}$$

4 Reduce a una sola potencia.

$$\text{a) } x^5 \cdot \left(\frac{1}{x}\right)^3 \quad \text{b) } \left(\frac{x}{y}\right)^2 \cdot \left(\frac{x}{y}\right)^3 \quad \text{c) } \left(\frac{z}{m}\right)^4 \cdot \frac{z}{m}$$

5 Reduce.

$$\text{a) } \left(\frac{x}{y}\right)^4 \cdot y^4 \quad \text{b) } \left(\frac{a}{b}\right)^4 \cdot \left(\frac{1}{a}\right)^3 \quad \text{c) } \left(\frac{a}{b}\right)^3 \cdot \left(\frac{b}{a}\right)^4$$

$$\text{d) } \left(\frac{x}{y}\right)^3 : x^3 \quad \text{e) } \left(\frac{a}{b}\right)^4 : \left(\frac{1}{b}\right)^3 \quad \text{f) } \left(\frac{x}{y}\right)^5 : \frac{y}{x}$$

6 Calcula.

$$\text{a) } 2^0 \quad \text{b) } 5^0 \quad \text{c) } 10^0 \quad \text{d) } (-4)^0$$

7 Escribe la descomposición polinómica de:

$$\text{a) } 72,605 \quad \text{b) } 658,32$$

8 Expresa con todas sus cifras.

$$\text{a) } 5 \cdot 10^6 \quad \text{b) } 34 \cdot 10^7$$

9 Expresa en forma abreviada que:

$$\text{Un año luz equivale a } 9\,460\,800\,000\,000 \text{ km.}$$

Las notaciones fraccionaria y decimal son formas numéricas y, como verás ahora, muchas cantidades se pueden expresar tanto en la una como en la otra.

Paso de fracción a decimal

Ya sabes que una fracción es una división indicada cuyo resultado es un decimal exacto o un decimal periódico.

$$\frac{3}{5} = 3 : 5 = 0,6$$

DECIMAL
EXACTO

$$\frac{5}{3} = 5 : 3 = 1,\widehat{6}$$

DECIMAL
PERIÓDICO PURO

$$\frac{5}{6} = 5 : 6 = 0,8\widehat{3}$$

DECIMAL
PERIÓDICO MIXTO

Toda fracción se puede pasar a forma decimal. Para ello, se divide el numerador entre el denominador. Sin embargo, lo contrario no es cierto: solo se pueden pasar a fracción los decimales exactos y los periódicos.

Decimal exacto. Paso a fracción

Un decimal exacto se transforma en fracción quitándole la coma y dividiéndolo por la unidad seguida de tantos ceros como cifras decimales se hayan suprimido.

▼ EJEMPLOS

$$0,7 = \frac{7}{10}$$

$$1,25 = \frac{125}{100} = \frac{5}{4}$$

$$0,875 = \frac{875}{1000} = \frac{7}{8}$$

Actividades

1 Expresa en forma decimal.

a) $\frac{1}{2}$

b) $\frac{2}{3}$

c) $\frac{2}{5}$

d) $\frac{7}{10}$

e) $\frac{2}{9}$

f) $\frac{17}{110}$

2 Expresa en forma de fracción.

a) 0,5

b) 0,8

c) 1,6

d) 0,04

e) 1,35

f) 0,325

3 Tantea, prueba y resuelve:

a) Comprueba con la calculadora.

$$\frac{1}{9} = 1 : 9 = 0,11111\dots$$

$$\frac{2}{9} = 2 : 9 = 0,22222\dots$$

$$\frac{3}{9} = 3 : 9 = 0,33333\dots$$

b) Busca la fracción generatriz de:

0,44444...

0,55555...

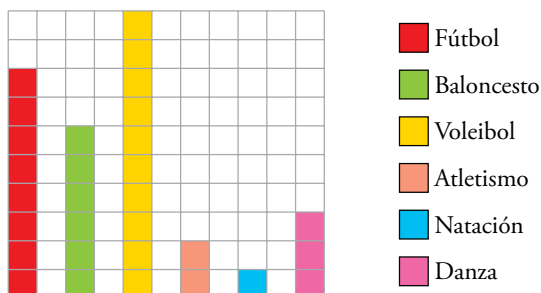
1,55555...

Ejercicios y problemas

Consolida lo aprendido utilizando tus competencias

Aplicación de conceptos

- 1 ▽ ▽ ▽ La gráfica informa sobre los deportes preferidos en una clase de 30 estudiantes de segundo de ESO.



¿Qué fracción de la clase...

- a) ... practica fútbol?
 b) ... practica baloncesto?
 c) ... no practica baloncesto?
 d) ... no practica ni fútbol, ni baloncesto?
- 2 ▽ ▽ ▽ Calcula mentalmente.
- a) $\frac{2}{3}$ de 60 b) $\frac{1}{10}$ de 90 c) $\frac{3}{4}$ de 120
 d) $\frac{2}{7}$ de 35 e) $\frac{5}{9}$ de 18 f) $\frac{3}{5}$ de 100
- 3 ▽ ▽ ▽ ¿Cuántos gramos son?
- a) $\frac{3}{4}$ de kilo b) $\frac{3}{5}$ de kilo c) $\frac{7}{20}$ de kilo
- 4 ▽ ▽ ▽ ¿Cuántos minutos son?
- a) $\frac{5}{6}$ de hora b) $\frac{3}{12}$ de hora c) $\frac{4}{5}$ de hora
- 5 ▽ ▽ ▽ ¿Qué fracción de hora son?
- a) 5 minutos b) 24 minutos c) 360 segundos

Fracciones y decimales

- 6 ▽ ▽ ▽ Expresa en forma decimal.
- a) $\frac{7}{2}$ b) $\frac{27}{50}$ c) $\frac{13}{125}$
 d) $\frac{7}{6}$ e) $\frac{4}{9}$ f) $\frac{5}{11}$

- 7 ▽ ▽ ▽ Pasa a forma fraccionaria.

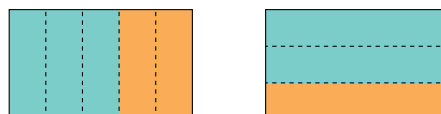
- a) 1,1 b) 0,13 c) 0,008
 d) $0,\overline{8}$ e) $1,\overline{8}$

Equivalencia de fracciones

- 8 ▽ ▽ ▽ Escribe:

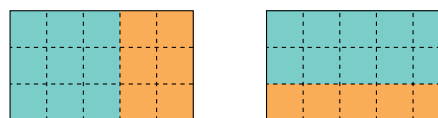
- a) Una fracción equivalente a $\frac{4}{10}$ que tenga por numerador 6.
 b) Una fracción equivalente a $\frac{15}{45}$ que tenga por denominador 12.
 c) Una fracción que sea equivalente a $\frac{35}{45}$ y tenga por numerador 91.

- 9 ▽ ▽ ▽ Estos dos trozos de tela son igual de grandes:



¿Cuál de los dos tiene una porción mayor de verde?

Explica la transformación que propone este gráfico para resolver la pregunta:



- 10 ▽ ▽ ▽ Calcula x en cada caso:

- a) $\frac{6}{22} = \frac{15}{x}$ b) $\frac{21}{49} = \frac{x}{35}$
 c) $\frac{13}{x} = \frac{11}{99}$ d) $\frac{x}{78} = \frac{91}{169}$

- 11 ▽ ▽ ▽ Reduce a común denominador.

- a) $1, \frac{5}{6}, \frac{3}{8}, \frac{7}{12}$ b) $\frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{6}, \frac{2}{15}$

- 12 ▽ ▽ ▽ Ordena de menor a mayor.

- a) $\frac{9}{10}; 0,6; \frac{3}{2}; \frac{7}{5}; 1,\overline{1}$ b) $\frac{2}{3}; \frac{3}{5}; \frac{3}{2}; \frac{7}{6}$

- 13 ▽ ▽ ▽ Continúa en tres términos cada serie.

- a) $\frac{1}{4}, \frac{3}{8}, \frac{1}{2}, \frac{5}{8}, \frac{3}{4}, \dots$ b) $\frac{1}{6}, \frac{1}{4}, \frac{1}{3}, \frac{5}{12}, \frac{1}{2}, \dots$

Ejercicios y problemas

Consolida lo aprendido utilizando tus competencias

Suma y resta de fracciones

14 $\nabla\nabla\nabla$ Calcula mentalmente.

a) $1 - \frac{1}{10}$ b) $\frac{1}{5} - \frac{1}{10}$ c) $1 + \frac{1}{3}$
d) $\frac{1}{3} - \frac{1}{6}$ e) $\frac{1}{4} - \frac{1}{8}$ f) $\frac{1}{4} + \frac{1}{8}$

15 $\nabla\nabla\nabla$ Calcula y simplifica.

a) $\frac{1}{2} - \frac{1}{5} + \frac{1}{10}$ b) $\frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{2}{15}$
c) $\frac{1}{6} - \frac{5}{9} + \frac{1}{2}$ d) $\frac{4}{3} - 2 + \frac{3}{2} - \frac{5}{6}$

16 $\nabla\nabla\nabla$ Opera.

a) $2 - \left(1 + \frac{3}{5}\right)$ b) $\left(1 - \frac{3}{4}\right) - \left(2 - \frac{5}{4}\right)$

Multiplicación y división de fracciones

17 $\nabla\nabla\nabla$ Calcula y simplifica.

a) $\frac{3}{7} \cdot 14$ b) $\frac{2}{5} : 4$ c) $\frac{7}{2} \cdot \frac{4}{(-7)}$
d) $\frac{3}{11} : \frac{(-5)}{11}$ e) $\frac{2}{3} \cdot \frac{9}{20}$ f) $\frac{4}{15} : \frac{2}{5}$

Operaciones combinadas

18 $\nabla\nabla\nabla$ Opera y reduce.

a) $\left(1 - \frac{5}{7}\right) \cdot \left(2 - \frac{3}{5}\right)$ b) $\left(1 - \frac{1}{4}\right) : \left(1 + \frac{1}{8}\right)$
c) $\left(\frac{2}{3} - \frac{3}{5}\right) \cdot \left(1 + \frac{2}{3}\right)$ d) $\left(\frac{3}{5} - \frac{1}{2}\right) : \left(\frac{1}{4} + \frac{2}{5}\right)$

Potencias y fracciones

19 $\nabla\nabla\nabla$ Reduce a una potencia única.

a) $a^5 \cdot a^2$ b) $a \cdot a^2 \cdot a^3$
c) $x^5 \cdot x^{-3}$

20 $\nabla\nabla\nabla$ Simplifica.

a) $x^3 \cdot \left(\frac{1}{x}\right)^5$ b) $x^3 : \left(\frac{1}{x}\right)^5$ c) $\left(\frac{a}{b}\right)^4 \cdot b^4$
d) $\left(\frac{a}{b}\right)^3 : a^3$ e) $(a^2)^3 \cdot \left(\frac{1}{a}\right)^7$ f) $\left(\frac{1}{a^2}\right)^3 : \left(\frac{1}{a^3}\right)^3$

21 $\nabla\nabla\nabla$ Escribe con todas sus cifras estas cantidades:

a) $37 \cdot 10^7$ b) $64 \cdot 10^{11}$ c) $3,5 \cdot 10^{13}$

22 $\nabla\nabla\nabla$ Expresa en forma abreviada como se ha hecho en el ejemplo.

• $5\,300\,000\,000 = 53 \cdot 10^8$

a) 8 400 000
b) 61 000 000 000

Interpreta, describe, exprésate

23 $\nabla\nabla\nabla$ Aquí tienes la resolución que han presentado David y Olga al siguiente problema:

Una empresa de coches usados recibe un lote de 180 vehículos. El primer mes vende las tres cuartas partes. El siguiente mes coloca la quinta parte del lote. ¿Cuántos coches le quedan aún por vender?

Solución de David

- $3/4$ de 180 = $(180 : 4) \cdot 3 = 135$
- $1/5$ de 180 = $180 : 5 = 36$
- $135 + 36 = 171$
- $180 - 171 = 9$

Solución de Olga

- $\frac{3}{4} + \frac{1}{5} = \frac{15 + 4}{20} = \frac{19}{20}$
- $\frac{20}{20} - \frac{19}{20} = \frac{1}{20}$
- $1/20$ de 180 = $180 : 20 = 9$

Ambos se han limitado a realizar las operaciones sin explicar el proceso. Hazlo tú, indicando el significado de cada operación y el resultado obtenido en cada caso.

■ Resuelve problemas

- 24** ▼▼▼ Un barco lleva recorridas las tres décimas partes de un viaje de 1 700 millas. ¿Cuántas millas le faltan todavía por recorrer?
- 25** ▼▼▼ Por tres cuartos de kilo de cerezas hemos pagado 1,80 €. ¿A cómo está el kilo?
- 26** ▼▼▼ Durante un apagón de luz, se consumen tres décimas partes de una vela de cera. Si el cabo restante mide 21 cm, ¿cuál era la longitud total de la vela?
- 27** ▼▼▼ La tercera parte de los 240 viajeros que ocupan un avión son europeos, y $\frac{2}{5}$, africanos. El resto son americanos.
¿Cuántos americanos viajan en el avión?
- 28** ▼▼▼ Bernardo tiene 1 500 € en su cuenta y gasta $\frac{2}{5}$ en una cadena musical y la cuarta parte de lo que le queda en una colección de discos.
¿Qué fracción le queda del dinero que tenía? ¿Cuánto le queda?
- 29** ▼▼▼ Un granjero tiene a finales de mayo unas reservas de 2 800 kg de pienso para alimentar a su ganado. En junio gasta $\frac{3}{7}$ de sus existencias, y en julio, $\frac{3}{4}$ de lo que le quedaba.
¿Cuántos kilos de pienso tiene a primeros de agosto?
- 30** ▼▼▼ Un frasco de perfume tiene una capacidad de $\frac{1}{20}$ de litro. ¿Cuántos frascos se pueden llenar con un bidón que contiene tres litros y medio?
- 31** ▼▼▼ Una empresa comercializa jabón líquido en envases de plástico con una capacidad de $\frac{3}{5}$ de litro.
¿Cuántos litros de jabón se necesitan para llenar 100 envases?
- 32** ▼▼▼ La abuela ha hecho dos kilos y cuarto de mermelada y con ella ha llenado seis tarros iguales.
¿Qué fracción de kilo contiene cada tarro?

33 ▼▼▼ Dos problemas similares.

- a) De un tambor de detergente de 5 kg se han consumido 3 kg. ¿Qué fracción queda del contenido original?
- b) De un tambor de detergente de 5 kg se han consumidos dos kilos y tres cuartos. ¿Qué fracción queda del contenido original?


■ Problemas “+”

34 ▼▼▼ María recoge en su huerta una cesta de manzanas. De vuelta a casa, se encuentra a su amiga Sara y le da la mitad de la cesta más media manzana. Después, pasa a visitar a su tía Rosa y le da la mitad de las manzanas que le quedaban más media manzana. Por último, se encuentra con su amigo Francisco y vuelve a hacer lo mismo: le da la mitad más media.

Entonces se da cuenta de que tiene que volver a la huerta porque se ha quedado sin nada.

¿Cuántas manzanas cogió, teniendo en cuenta que en ningún momento partió ninguna?

☞ Recorre el problema al revés.

	HABÍA	SE LLEVA	QUEDA
SARA	<input type="text"/>	→ <input type="text"/>	→ <input type="text"/>
ROSA	<input type="text" value="?"/>	→ <input type="text" value="?"/>	→ <input type="text" value="1"/>
FRANCISCO	<input style="text-align: center;" type="text" value="1"/> 	→ <input style="text-align: center; width: 20px; height: 20px; display: inline-block; vertical-align: middle;" type="text" value="1/2"/> <input style="text-align: center; width: 20px; height: 20px; display: inline-block; vertical-align: middle;" type="text" value="1/2"/>	→ <input type="text" value="0"/>
	1	1	

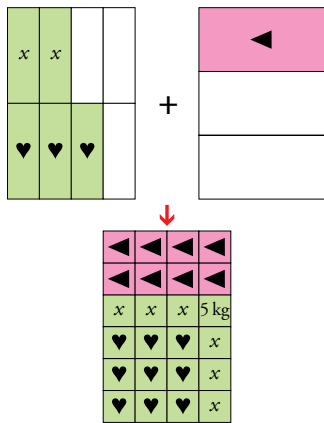
35 ▼▼▼ En el baile, tres cuartas partes de los hombres están bailando con tres quintas partes de las mujeres. ¿Qué fracción de los asistentes no está bailando?



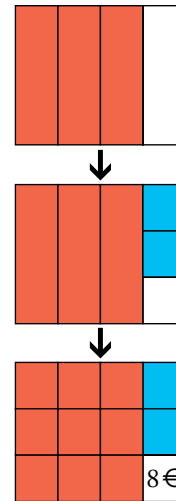
Ejercicios y problemas

36 ▼▼▼ Inventa un problema para cada uno de estos gráficos.

a)



b)



Autoevaluación

¿Conoces y aplicas los conceptos de fracción?

1 Expresa en forma decimal.

a) $\frac{2}{5}$

b) $\frac{3}{3}$

c) $\frac{5}{4}$

2 Calcula.

a) $\frac{3}{5}$ de 45

b) $\frac{5}{2}$ de 20

¿Conoces y aplicas el concepto de equivalencia de fracciones?

3 Simplifica.

a) $\frac{50}{75}$

b) $\frac{27}{45}$

c) $\frac{210}{180}$

4 Reduce a común denominador las fracciones $\frac{5}{9}$, $\frac{7}{12}$ y $\frac{11}{18}$.

¿Conoces y aplicas algoritmos para sumar, restar, multiplicar y dividir fracciones?

5 Calcula.

a) $\frac{2}{3} + \frac{1}{6} - \frac{1}{9}$

b) $\frac{5}{9} - \frac{7}{12} + \frac{11}{18}$

6 Calcula.

a) $\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{6}$

b) $\frac{2}{3} : \frac{1}{6}$

c) $\frac{2}{3} \cdot 6$

d) $\frac{2}{3} : 4$

¿Resuelves expresiones con números fraccionarios y operaciones combinadas?

7 Calcula.

a) $\frac{11}{12} - \left[1 - \left(\frac{1}{6} - \frac{3}{4} \right) \right]$

b) $\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} \right) \cdot \left(2 - \frac{2}{5} \right)$

¿Conoces y aplicas las propiedades de las potencias con números fraccionarios?

8 Calcula.

a) $\left(\frac{2}{3} \right)^3 \cdot 6^3$

b) $\left(\frac{3}{5} \right)^2 : \left(\frac{3}{5} \right)^3$

¿Diferencias los distintos tipos de problemas con números fraccionarios y los resuelves?

9 Un quiosco recibe de madrugada 225 revistas. Vende por la mañana $\frac{1}{3}$ del total, y, por la tarde, $\frac{2}{5}$ también del total. ¿Cuántas revistas le quedan al finalizar la jornada?

10 Un señor sale casa con 60 €. Gasta en un vestido $\frac{1}{3}$ de su dinero, y, en el mercado, $\frac{2}{5}$ de lo que le quedaba.

a) ¿Qué fracción de dinero le queda?

b) ¿Cuánto dinero le queda?