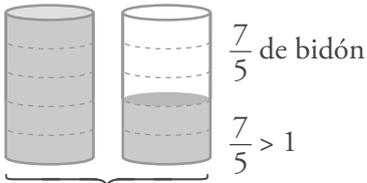
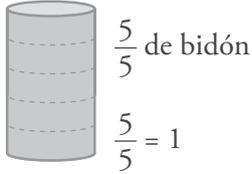
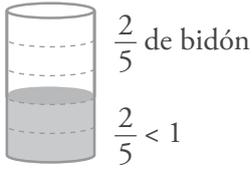


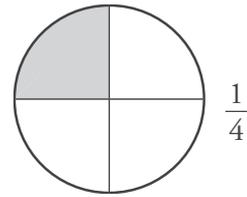
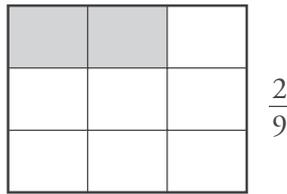
## El significado de las fracciones



Una fracción se puede contemplar como una parte de la unidad, como un operador o como una división. Ahora vamos a profundizar en esos tres significados de las fracciones.

### Las fracciones expresan partes de la unidad

Un todo se toma como unidad y se divide en porciones iguales. Una fracción indica una determinada cantidad de esas porciones.



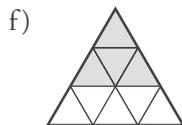
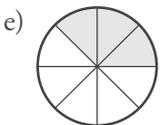
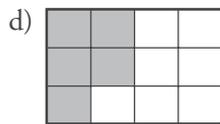
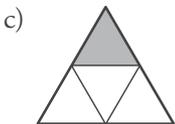
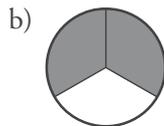
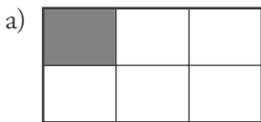
#### Términos de una fracción:

$$\frac{a}{b} \leftarrow \begin{array}{l} \text{NUMERADOR} \\ \text{DENOMINADOR} \end{array}$$

- El **numerador** indica el número de porciones que se toman.
- El **denominador** indica el número total de porciones en que se ha dividido la unidad.

### Actividades

1 Escribe la fracción que representa la parte coloreada en cada figura:



2 Representa las fracciones siguientes:

- a)  $\frac{3}{5}$     b)  $\frac{1}{3}$     c)  $\frac{3}{4}$     d)  $\frac{5}{8}$

3 Escribe una fracción para indicar la cantidad de pizza que ha comprado cada uno:

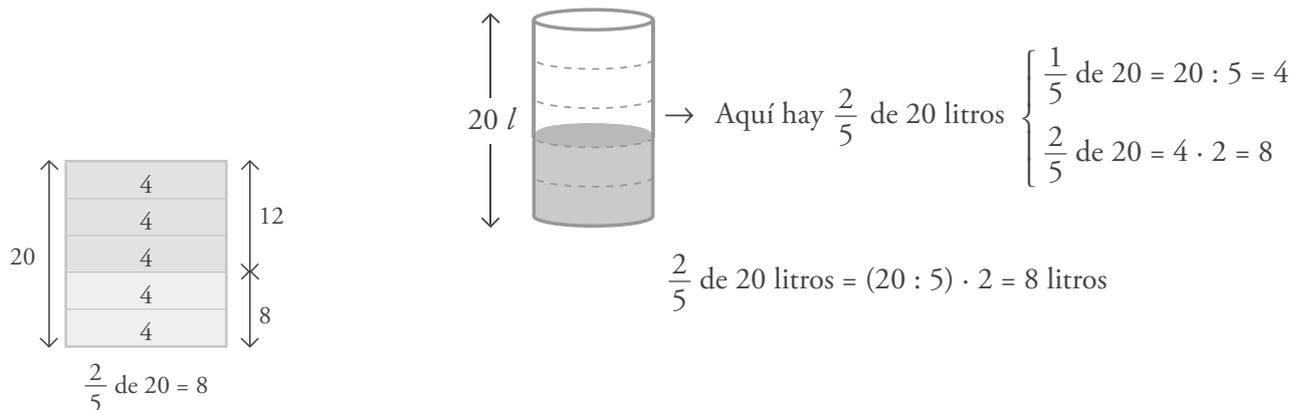


4 Indica, para cada fracción, si es menor, igual o mayor que la unidad:

- a)  $\frac{2}{7}$     b)  $\frac{3}{2}$     c)  $\frac{6}{6}$     d)  $\frac{8}{5}$     e)  $\frac{3}{3}$     f)  $\frac{5}{6}$

## Las fracciones son operadores

Una fracción es un número que opera a una cantidad y la transforma.  
Por ejemplo, si el bidón tiene una capacidad de 20 litros:



Para calcular la **fracción de un número**, se divide el número entre el denominador, y el resultado se multiplica por el numerador.

### Actividades

5 Calcula mentalmente.

- |                        |                        |                        |
|------------------------|------------------------|------------------------|
| a) $\frac{1}{4}$ de 8  | b) $\frac{1}{3}$ de 12 | c) $\frac{1}{5}$ de 20 |
| $\frac{3}{4}$ de 8     | $\frac{2}{3}$ de 12    | $\frac{3}{5}$ de 20    |
| d) $\frac{1}{6}$ de 18 | e) $\frac{1}{7}$ de 14 | f) $\frac{1}{8}$ de 40 |
| $\frac{5}{6}$ de 18    | $\frac{2}{7}$ de 14    | $\frac{5}{8}$ de 40    |

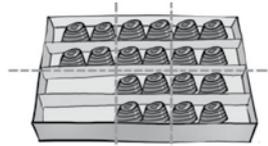
6 Calcula.

- |                        |                        |                        |
|------------------------|------------------------|------------------------|
| a) $\frac{2}{5}$ de 15 | b) $\frac{3}{4}$ de 12 | c) $\frac{3}{7}$ de 21 |
| d) $\frac{2}{3}$ de 30 | e) $\frac{4}{5}$ de 30 | f) $\frac{3}{8}$ de 24 |
| g) $\frac{3}{4}$ de 48 | h) $\frac{2}{3}$ de 72 | i) $\frac{3}{5}$ de 85 |

7 Opera.

- |                         |                         |                         |
|-------------------------|-------------------------|-------------------------|
| a) $\frac{1}{4}$ de 384 | b) $\frac{3}{5}$ de 715 | c) $\frac{5}{7}$ de 483 |
|-------------------------|-------------------------|-------------------------|

8 De una caja de 24 bombones se ha consumido  $\frac{1}{6}$ .



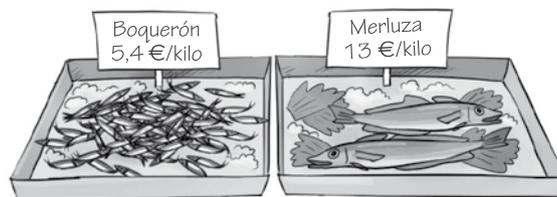
¿Cuántos bombones se han consumido? ¿Cuántos quedan?

9 En mi clase, entre chicos y chicas, somos 27. Las chicas representan los  $\frac{4}{9}$  del total. ¿Cuántos chicos y cuántas chicas hay en clase?

10 En un campamento internacional de verano hay 280 campistas, de los que  $\frac{3}{7}$  son españoles. ¿Cuántos españoles hay en el campamento?

11 De las 40 bolas que hay en un frasco,  $\frac{3}{10}$  son rojas. ¿Cuántas bolas rojas hay?

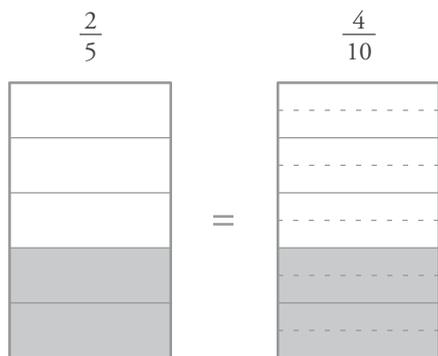
12 ¿Cuánto cuesta  $\frac{1}{4}$  kg de boquerones? ¿Y  $\frac{3}{4}$  kg de merluza?



## Las fracciones son divisiones indicadas

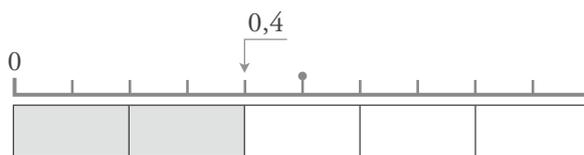
Una fracción equivale al cociente del numerador entre el denominador. Por tanto, una fracción se puede expresar con un número decimal.

Observa, por ejemplo, que  $\frac{2}{5}$  de unidad equivalen al valor decimal 0,4:



$$\frac{2}{5} = \frac{4}{10} = 0,4$$

↑  
(cuatro décimas)



$$\frac{2}{5} = 2 : 5 = 0,4$$

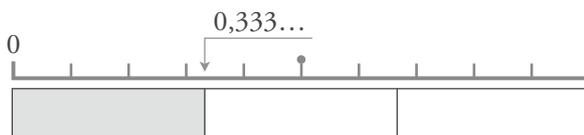
$$\begin{array}{r} 2,0 \quad | \quad 5 \\ \quad \quad | \quad 0,4 \\ \hline \end{array}$$

### Paso de fracción a decimal

Para transformar una fracción en un número decimal, se divide el numerador entre el denominador.

Algunas fracciones generan decimales periódicos.

Por ejemplo, observa que  $\frac{1}{3} = 0,333\dots = 0,\hat{3}$ :

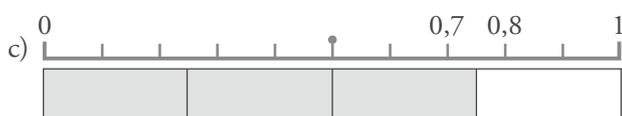
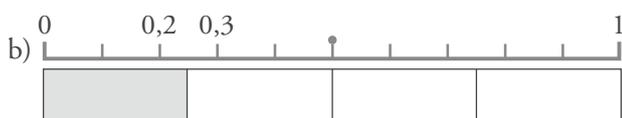
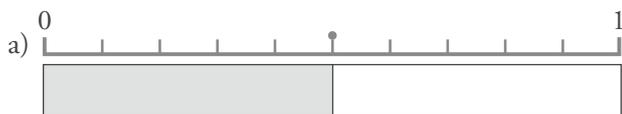


$$\frac{1}{3} = 1 : 3 = 0,3333\dots$$

En estos casos, la fracción resulta más exacta y precisa que la expresión en forma de número decimal.

## Actividades

**13** Expresa en forma de fracción y en forma decimal el número representado en cada caso:



**14** Copia y completa con un número decimal.

a)  $\frac{1}{8} = 1 : 8 = \dots$

b)  $\frac{7}{9} = 7 : 9 = \dots$

c)  $\frac{3}{10} = 3 : 10 = \dots$

d)  $\frac{5}{12} = 5 : 12 = \dots$

**15** Divide y expresa en forma decimal.

a)  $\frac{1}{2}$

b)  $\frac{2}{2}$

c)  $\frac{3}{2}$

d)  $\frac{4}{2}$

e)  $\frac{1}{5}$

f)  $\frac{2}{5}$

g)  $\frac{3}{5}$

h)  $\frac{4}{5}$

**16** Pasa a forma decimal.

a)  $\frac{3}{8}$

b)  $\frac{5}{4}$

c)  $\frac{7}{10}$

d)  $\frac{5}{2}$

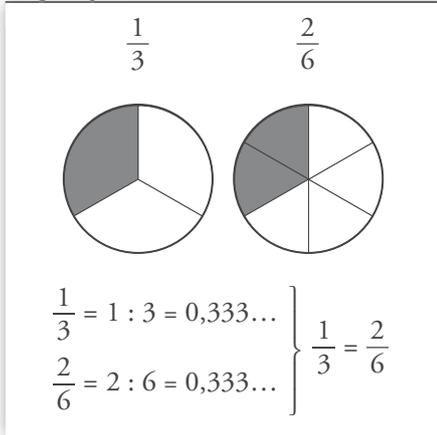
e)  $\frac{2}{3}$

f)  $\frac{1}{6}$

g)  $\frac{5}{6}$

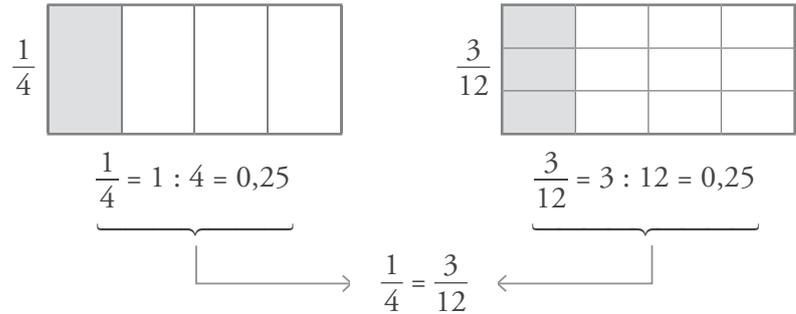
h)  $\frac{4}{9}$

### Ejemplo



### Fracciones diferentes con el mismo valor

Observa:

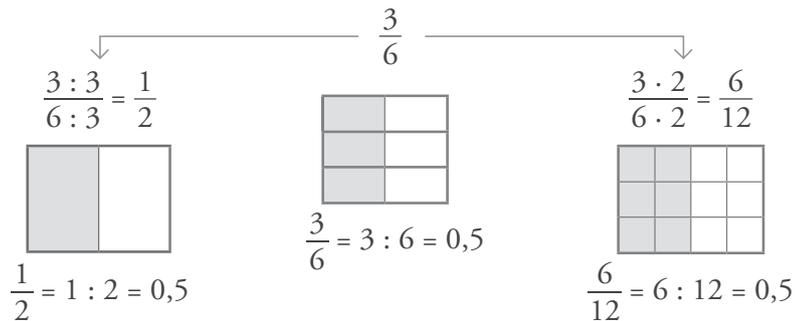


Las fracciones  $\frac{1}{4}$  y  $\frac{3}{12}$  son equivalentes.

Decimos que dos **fracciones** son **equivalentes** cuando expresan la misma porción de unidad; es decir, cuando tienen el mismo valor numérico.

### Cómo obtener fracciones equivalentes

Observa que al multiplicar o al dividir los dos términos de una fracción por el mismo número, la porción de unidad representada no varía.



Como ves, las tres fracciones de la ilustración son equivalentes.

$\left. \begin{array}{l} \frac{1}{2} = \frac{3}{6} = \frac{6}{12} \end{array} \right\}$

### Propiedad fundamental de las fracciones

Si se multiplican, o se dividen, los dos términos de una fracción por el mismo número, se obtiene otra fracción equivalente a la primitiva. Es decir, el valor de la fracción no varía.

#### ▼ EJEMPLOS

$$\bullet \frac{3}{4} = \frac{3 \cdot 5}{4 \cdot 5} = \frac{15}{20}$$

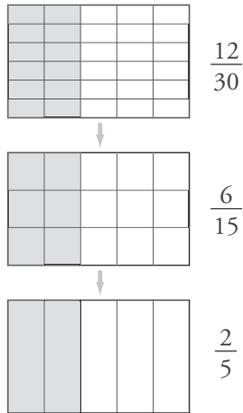
$$\frac{3}{4} \text{ es equivalente a } \frac{15}{20}$$

$$\bullet \frac{12}{18} = \frac{12 : 6}{18 : 6} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{12}{18} \text{ es equivalente a } \frac{2}{3}$$

## Simplificación de fracciones

Simplificar una fracción es sustituirla por otra equivalente con los términos más sencillos. Esto se consigue **dividiendo** los dos términos por el mismo número.



### ▼ EJEMPLO

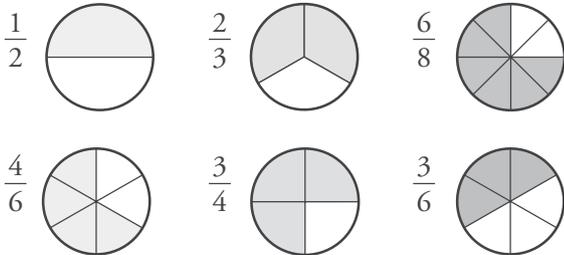
$$\frac{12}{30} = \frac{12 : 2}{30 : 2} = \frac{6}{15} = \frac{6 : 3}{15 : 3} = \frac{2}{5} \leftarrow \begin{array}{l} \text{Fracción} \\ \text{irreducible} \end{array}$$

Observa que hemos dividido dos veces por divisores comunes de 12 y 30.

- Para simplificar una fracción, se dividen el numerador y el denominador por el mismo número.
- Una fracción que no se puede simplificar se dice que es **irreducible**.

## Actividades

1 Busca, entre estas, tres pares de fracciones equivalentes.



2 Di si son equivalentes las fracciones de cada pareja hallando su valor numérico:

- a)  $\frac{3}{5}$  y  $\frac{6}{10}$       b)  $\frac{1}{4}$  y  $\frac{3}{8}$   
 c)  $\frac{4}{6}$  y  $\frac{6}{9}$       d)  $\frac{2}{3}$  y  $\frac{4}{9}$

3 Busca tres pares de fracciones equivalentes.

$$\frac{2}{5} \quad \frac{1}{3} \quad \frac{5}{9} \quad \frac{6}{8} \quad \frac{5}{15} \quad \frac{9}{12} \quad \frac{5}{7} \quad \frac{10}{18}$$

4 Copia y completa para obtener fracciones equivalentes.

- a)  $\frac{1}{5} = \frac{1 \cdot 2}{5 \cdot \square} = \frac{\square}{\square}$   
 b)  $\frac{1}{5} = \frac{1 \cdot \square}{5 \cdot 3} = \frac{\square}{\square}$

c)  $\frac{18}{30} = \frac{18 \cdot 2}{30 \cdot \square} = \frac{\square}{\square}$   
 d)  $\frac{18}{30} = \frac{18 : \square}{30 : 3} = \frac{\square}{\square}$

5 Escribe, en cada caso, dos fracciones equivalentes:

- a)  $\frac{1}{4}$       b)  $\frac{2}{3}$   
 c)  $\frac{15}{20}$       d)  $\frac{18}{24}$

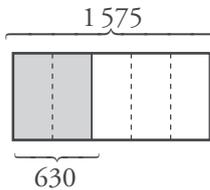
6 Simplifica.

- a)  $\frac{15}{20} \rightarrow$  dividiendo entre 5.  
 b)  $\frac{20}{30} \rightarrow$  dividiendo entre 2 y, después, entre 5.

7 Simplifica cada una de estas fracciones:

- a)  $\frac{6}{8}$       b)  $\frac{3}{6}$   
 c)  $\frac{5}{10}$       d)  $\frac{9}{12}$   
 e)  $\frac{10}{18}$       f)  $\frac{21}{28}$   
 g)  $\frac{33}{22}$       h)  $\frac{13}{26}$

Estudia detenidamente los procesos seguidos en los problemas que vienen a continuación. Te servirán para resolver otros muchos problemas similares con fracciones.



#### ■ CÁLCULO DE LA FRACCIÓN

De los 1 575 volúmenes que tiene la biblioteca del colegio, en este momento están prestados 630.

¿Qué fracción de libros está prestada?

$$\left. \begin{array}{l} \text{PRESTADOS} \longrightarrow 630 \\ \text{TOTAL} \longrightarrow 1\,575 \end{array} \right\} \text{FRACCIÓN PRESTADA} \longrightarrow \frac{630}{1\,575}$$

Simplificando entre 3, 3, 5 y 7:

$$\frac{630}{1\,575} = \frac{630 : 3}{1\,575 : 3} = \frac{210}{525} = \frac{210 : 3}{525 : 3} = \frac{70}{175} = \frac{70 : 5}{175 : 5} = \frac{14}{35} = \frac{14 : 7}{35 : 7} = \frac{2}{5}$$

Solución: Están en préstamo  $\frac{2}{5}$  de los libros.

#### ■ FRACCIÓN DE UN NÚMERO: PROBLEMA DIRECTO

En la biblioteca del colegio hay 1 575 volúmenes, de los que están en préstamo dos quintas partes.

¿Cuántos libros hay prestados?

$$\frac{1}{5} \text{ de } 1\,575 = 1\,575 : 5 = 315 \rightarrow \frac{2}{5} \text{ de } 1\,575 = 315 \cdot 2 = 630$$

Solución: Hay prestados 630 libros.

En la práctica, este problema se resolvería así:

$$\frac{2}{5} \text{ de } 1\,575 = (1\,575 : 5) \cdot 2 = 315 \cdot 2 = 630$$

### Actividades

**1** De los 1800 € que gana un empleado al mes, dedica 540 € a pagar la hipoteca del piso. ¿Qué fracción de lo que gana al mes utiliza para abonar la hipoteca?

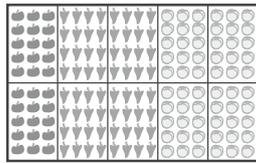
**2** Un empleado gana 1 800 € al mes y dedica tres décimas partes a pagar la hipoteca del piso. ¿Cuánto paga mensualmente de hipoteca?

# Ejercicios y problemas

Consolida lo aprendido utilizando tus competencias

## La fracción: parte de la unidad

1 ▼▼▼ Observa la distribución de la huerta de Adrián:



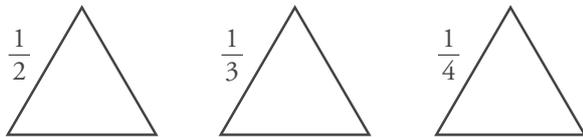
TOMATES

PIMIENTOS

COLES

- ¿Qué fracción de la superficie de la huerta está plantada de tomates?
- ¿Qué fracción está sembrada de pimientos?
- ¿Qué fracción no está sembrada de pimientos?

2 ▼▼▼ Colorea en cada triángulo la fracción indicada.



3 ▼▼▼ ¿Qué fracción de semana ocupan los días hábiles? ¿Qué fracción ocupa el fin de semana?

L - M - X - J - V - S - D

## La fracción de un número

4 ▼▼▼ Calcula mentalmente.

- $\frac{2}{3}$  de 9
- $\frac{4}{5}$  de 20
- $\frac{3}{4}$  de 80
- $\frac{2}{7}$  de 14
- $\frac{5}{6}$  de 60
- $\frac{5}{8}$  de 400

5 ▼▼▼ Calcula.

- $\frac{2}{3}$  de 192
- $\frac{4}{5}$  de 375
- $\frac{3}{7}$  de 749
- $\frac{3}{4}$  de 332
- $\frac{5}{8}$  de 1096
- $\frac{4}{9}$  de 153

## Fracciones y números decimales

6 ▼▼▼ Transforma cada fracción en número decimal.

- $\frac{1}{10}$
- $\frac{9}{10}$
- $\frac{17}{10}$
- $\frac{7}{2}$
- $\frac{5}{4}$
- $\frac{5}{8}$

7 ▼▼▼ Asocia las cantidades correspondientes.

La cuarta parte de un euro	0,75 €
Tres cuartos de euro	0,25 €
La quinta parte de un euro	0,05 €
Un veintavo de euro	0,01 €
Un céntimo de euro	0,20 €

## Fracciones equivalentes

8 ▼▼▼ Busca pares de fracciones equivalentes.

$$\frac{1}{4} \quad \frac{12}{15} \quad \frac{4}{5} \quad \frac{3}{12} \quad \frac{3}{4} \quad \frac{12}{28} \quad \frac{3}{7} \quad \frac{15}{20}$$

9 ▼▼▼ Simplifica.

- $\frac{2}{4}$
- $\frac{10}{14}$
- $\frac{5}{15}$
- $\frac{18}{22}$
- $\frac{5}{25}$
- $\frac{6}{27}$
- $\frac{21}{28}$
- $\frac{22}{33}$

10 ▼▼▼ Obtén la fracción irreducible.

- $\frac{30}{45}$
- $\frac{20}{60}$
- $\frac{56}{80}$
- $\frac{165}{330}$

11 ▼▼▼ Estas son las notas de los 25 estudiantes de una clase en un control de Ciencias Sociales:

6,25	5	8	7,50	5,25
5	1,75	6,75	4,50	5,5
5,50	6	6,25	8,25	3,75
3,25	9,75	6,75	6	5
7,75	8,25	10	4,25	6,25

- ¿Qué fracción de la clase ha aprobado?
- ¿Qué fracción ha suspendido?

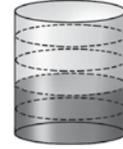
12 ▼▼▼ Expresa, en cada caso, como una fracción de hora:

- 15 minutos.
- 30 minutos.
- 10 minutos.
- 6 minutos.

## ■ Resuelve problemas

- 13** ▼▼▼ Con un bidón de 20 litros se llenan 200 frascos de agua de colonia.  
¿Qué fracción de litro entra en cada frasco?
- 14** ▼▼▼ Francisco y Carmen compran una tableta de chocolate cada uno. Francisco come  $\frac{1}{4}$ , y Carmen,  $\frac{2}{8}$ .  
¿Cuál de los dos ha comido un trozo más grande? Justifica tu respuesta.
- 15** ▼▼▼ De un pilón de riego de 45 000 litros, se han consumido siete octavas partes.  
¿Cuántos litros quedan en el depósito?
- 16** ▼▼▼ Julia compró un queso de 2 kilos y 800 gramos, pero ya ha consumido dos quintos.  
¿Cuánto pesa el trozo que queda?

- 17** ▼▼▼ En este bidón hay 8 litros de agua.



- ¿Cuántos litros caben en total en el bidón?
- 18** ▼▼▼ He comprado  $\frac{2}{5}$  de una empanada que han pesado 300 gramos. ¿Cuánto pesaba la empanada completa?
- 19** ▼▼▼ Se han sembrado de alfalfa los  $\frac{4}{5}$  de la superficie de una finca, y aún quedan 600 metros cuadrados sin sembrar.  
¿Cuál es la superficie total de la finca?
- 20** ▼▼▼ Rosario ha sacado  $\frac{3}{5}$  del dinero que tenía en la hucha y aún le quedan 14 euros.  
¿Cuánto tenía antes de abrirla?

## Autoevaluación

- 1** ¿Qué fracción de hora son 12 minutos?
- 2** Representa en un gráfico la fracción  $\frac{8}{9}$ .
- 3** En un concurso oposición aprueban 15 candidatos y suspenden 35. ¿Qué fracción de los opositores ha aprobado?
- 4** Calcula.  
a) Tres cuartos de 240      b)  $\frac{2}{5}$  de 80
- 5** Expresa en forma decimal.  
a)  $\frac{3}{10}$       b)  $\frac{2}{5}$       c)  $\frac{1}{8}$
- 6** Empareja fracciones equivalentes.  
 $\frac{12}{18}$      $\frac{1}{5}$      $\frac{5}{25}$      $\frac{4}{14}$      $\frac{8}{12}$      $\frac{6}{21}$
- 7** Simplifica.  
a)  $\frac{9}{21}$       b)  $\frac{20}{30}$       c)  $\frac{36}{48}$
- 8** En una de las estanterías de la biblioteca hay 300 libros. Las cinco sextas partes son novelas.  
¿Cuántas novelas hay en la estantería?

# Reducción a común denominador

Algunas operaciones con fracciones (comparar, sumar...) resultan más sencillas cuando las fracciones tienen denominadores iguales. Por ejemplo:

— Ordenar  $\frac{2}{7}$ ,  $\frac{1}{7}$  y  $\frac{5}{7}$  es obvio  $\rightarrow \frac{1}{7} < \frac{2}{7} < \frac{5}{7}$

— Sin embargo, ordenar  $\frac{2}{3}$ ,  $\frac{4}{9}$  y  $\frac{5}{6}$  no es tan sencillo a simple vista. Se hace necesario reducir a común denominador.

## Ejemplo

Vamos a reducir a común denominador  $\frac{5}{8}$ ,  $\frac{3}{4}$  y  $\frac{7}{12}$ .

mín.c.m. (8, 4, 12) = 24

$$\begin{array}{ccc}
 \frac{5}{8} & \frac{3}{4} & \frac{7}{12} \\
 \downarrow & \downarrow & \downarrow \\
 \textcircled{24 : 8 = 3} & \textcircled{24 : 4 = 6} & \textcircled{24 : 12 = 2} \\
 \downarrow & \downarrow & \downarrow \\
 \frac{5 \cdot 3}{8 \cdot 3} & \frac{3 \cdot 6}{4 \cdot 6} & \frac{7 \cdot 2}{12 \cdot 2} \\
 \downarrow & \downarrow & \downarrow \\
 \frac{15}{24} & \frac{18}{24} & \frac{14}{24}
 \end{array}$$

Reducir fracciones a común denominador es sustituirlas por otras equivalentes con el mismo denominador.

## Método para reducir fracciones a común denominador

Fíjate en el ejemplo del margen mientras sigues el proceso que se expone a continuación.

### Para reducir fracciones a común denominador

- Calcula el mínimo común múltiplo,  $m$ , de los denominadores.
- Transforma cada fracción en otra equivalente que tenga por denominador  $m$ . Para ello, se multiplican los dos miembros de cada fracción por el número que resulta de dividir  $m$  entre el denominador.

## Actividades

### 1 Ejercicio resuelto

Reducir a común denominador  $\frac{1}{4}$  y  $\frac{1}{6}$ , poniendo de denominador común 12.

$$12 : 4 = 3 \rightarrow \frac{1}{4} = \frac{1 \cdot 3}{4 \cdot 3} = \frac{3}{12}$$

$$12 : 6 = 2 \rightarrow \frac{1}{6} = \frac{1 \cdot 2}{6 \cdot 2} = \frac{2}{12}$$

c)  $\frac{1}{2}$  y  $\frac{3}{5}$  (denominador común 10)

d)  $\frac{3}{4}$  y  $\frac{5}{6}$  (denominador común 12)

e)  $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{1}{3}$  y  $\frac{1}{4}$  (denominador común 12)

f)  $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{3}{4}$  y  $\frac{5}{8}$  (denominador común 8)

2 Reduce al denominador común que se indica.

a)  $\frac{1}{2}$  y  $\frac{1}{3}$  (denominador común 6)

b)  $\frac{1}{3}$  y  $\frac{1}{6}$  (denominador común 6)

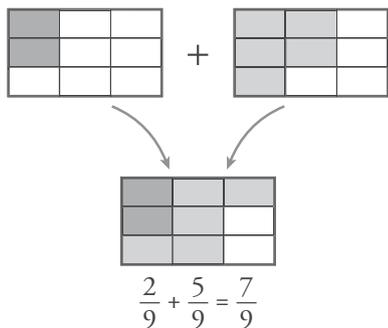
3 Reduce a denominador común.

a)  $\frac{1}{2}$  y  $\frac{3}{5}$                       b)  $\frac{5}{6}$  y  $\frac{4}{9}$

c)  $\frac{3}{4}$ ,  $\frac{2}{3}$  y  $\frac{5}{6}$                       d)  $\frac{2}{5}$ ,  $\frac{3}{10}$  y  $\frac{7}{20}$

# 2 Suma y resta de fracciones

Vamos a recordar los distintos casos que pueden presentarse al sumar o al restar fracciones.

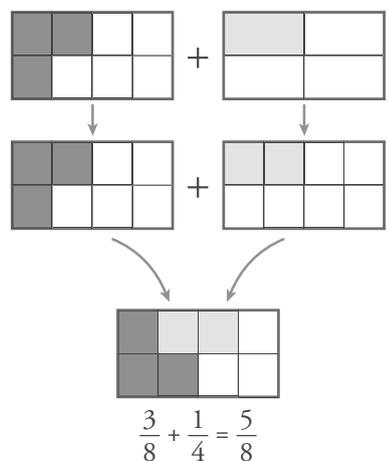


## Con igual denominador

Para sumar o restar fracciones de igual denominador, se suman o se restan los numeradores, dejando el mismo denominador.

### ▼ EJEMPLO

$$\frac{5}{9} + \frac{8}{9} - \frac{7}{9} = \frac{5 + 8 - 7}{9} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$$



## Con distinto denominador

Cuando las fracciones tienen denominadores diferentes, las reduciremos, primero, a común denominador.

### ▼ EJEMPLO

$$\begin{aligned} \frac{1}{4} + \frac{3}{5} - \frac{1}{10} &= \begin{cases} \text{mín.c.m. (4, 5, 10) = 20} \\ \text{Tomaremos 20 como denominador común.} \end{cases} \\ &= \frac{1 \cdot 5}{4 \cdot 5} + \frac{3 \cdot 4}{5 \cdot 4} - \frac{1 \cdot 2}{10 \cdot 2} = \frac{5}{20} + \frac{12}{20} - \frac{2}{20} = \\ &= \frac{5 + 12 - 2}{20} = \frac{15}{20} = \frac{3}{4} \end{aligned}$$

## Suma de fracciones con números enteros

Si alguno de los sumandos es un número entero, se le trata como una fracción con denominador la unidad.

### ▼ EJEMPLO

$$\begin{aligned} 2 - \frac{7}{3} + \frac{5}{6} &= \left( \text{Cambiamos 2 por la fracción } \frac{2}{1} \right). \\ &= \frac{2}{1} - \frac{7}{3} + \frac{5}{6} = \begin{cases} \text{mín.c.m. (1, 3, 6) = 6} \\ \text{Tomaremos 6 como denominador común.} \end{cases} \\ &= \frac{2 \cdot 6}{1 \cdot 6} - \frac{7 \cdot 2}{3 \cdot 2} + \frac{5}{6} = \frac{12}{6} - \frac{14}{6} + \frac{5}{6} = \\ &= \frac{12 - 14 + 5}{6} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} \end{aligned}$$

Observa que en las operaciones con fracciones, se deben simplificar siempre los resultados, entregando una fracción irreducible.

## Actividades

1 Observa y calcula mentalmente.

$$\begin{array}{c} \text{Círculo dividido en 2 partes iguales, con la superior sombreada.} \\ + \\ \text{Círculo dividido en 4 partes iguales, con la superior izquierda sombreada.} \\ \longrightarrow \frac{1}{2} + \frac{1}{4} \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \text{Rectángulo dividido en 2 partes iguales, con la izquierda sombreada.} \\ - \\ \text{Rectángulo dividido en 4 partes iguales, con la superior izquierda sombreada.} \\ \longrightarrow \frac{1}{2} - \frac{1}{4} \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \text{Círculo dividido en 6 partes iguales, con la superior izquierda sombreada.} \\ + \\ \text{Círculo dividido en 6 partes iguales, con la superior derecha sombreada.} \\ \longrightarrow \frac{1}{2} + \frac{1}{3} \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \text{Rectángulo dividido en 6 partes iguales, con la superior izquierda sombreada.} \\ - \\ \text{Rectángulo dividido en 6 partes iguales, con la superior izquierda sombreada.} \\ \longrightarrow \frac{1}{3} - \frac{1}{6} \end{array}$$

2 Calcula, reduciendo primero a común denominador.

a)  $\frac{1}{2} + \frac{1}{5}$

b)  $\frac{5}{6} - \frac{3}{4}$

c)  $\frac{5}{3} + \frac{1}{6}$

d)  $\frac{1}{2} - \frac{2}{5}$

e)  $\frac{1}{6} + \frac{7}{8}$

f)  $\frac{3}{4} - \frac{1}{3}$

g)  $\frac{3}{10} + \frac{2}{15}$

h)  $\frac{3}{8} - \frac{1}{6}$

3 Transforma cada entero en una fracción de denominador la unidad y opera:

a)  $1 + \frac{1}{5}$

b)  $1 - \frac{3}{5}$

c)  $2 + \frac{2}{7}$

d)  $2 - \frac{5}{3}$

4 Opera y simplifica los resultados.

a)  $\frac{2}{9} + \frac{5}{18}$

b)  $\frac{1}{4} - \frac{1}{12}$

c)  $\frac{3}{10} + \frac{8}{15}$

d)  $\frac{3}{5} - \frac{1}{10}$

e)  $\frac{2}{5} + \frac{7}{20}$

f)  $\frac{5}{6} - \frac{3}{10}$

g)  $\frac{1}{10} + \frac{1}{6}$

h)  $\frac{13}{18} - \frac{1}{6}$

i)  $\frac{5}{8} + \frac{1}{24}$

j)  $\frac{13}{15} - \frac{7}{10}$

5 Calcula.

a)  $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8}$

b)  $\frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{10}$

c)  $1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{5}$

d)  $\frac{2}{3} + \frac{3}{5} - 1$

e)  $\frac{7}{4} - \frac{5}{8} - \frac{2}{3}$

f)  $\frac{4}{3} + \frac{3}{2} - 2$

g)  $\frac{1}{4} + \frac{1}{9} + \frac{1}{6}$

h)  $\frac{3}{5} - \frac{5}{8} + \frac{7}{20}$

6 Calcula y simplifica los resultados.

a)  $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6}$

b)  $\frac{1}{2} - \frac{5}{6} + \frac{4}{5}$

c)  $\frac{2}{3} + \frac{5}{6} - \frac{3}{5}$

d)  $\frac{1}{4} + \frac{3}{10} - \frac{1}{20}$

e)  $1 - \frac{3}{10} - \frac{8}{15}$

f)  $1 - \frac{4}{15} - \frac{2}{5}$

g)  $\frac{5}{2} - 2 + \frac{1}{10}$

h)  $\frac{1}{4} + \frac{3}{10} - \frac{1}{20}$

i)  $\frac{5}{6} + \frac{3}{4} - \frac{7}{12}$

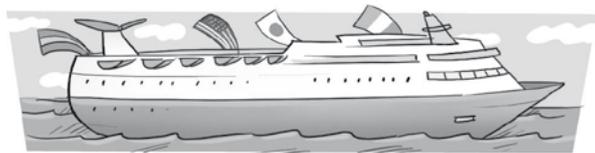
j)  $\frac{1}{4} + \frac{1}{9} + \frac{1}{12}$

7 Nuria ha gastado  $\frac{3}{4}$  del dinero que tenía en un libro y  $\frac{1}{5}$  en un refresco. ¿Qué parte del dinero ha gastado? ¿Qué parte le queda?



8 Marta ha comprado tres cuartos de kilo de queso y le da a su vecina un tercio de kilo. ¿Qué fracción de kilo le queda?

9 En un crucero de recreo,  $\frac{2}{5}$  de los pasajeros son europeos;  $\frac{1}{6}$ , africanos, y  $\frac{1}{15}$ , asiáticos. El resto son americanos. ¿Qué fracción de los viajeros son americanos?



10 Con una botella que contiene dos litros de agua, se llenan dos vasos de cuarto de litro y un botellín de un tercio de litro. ¿Qué fracción de litro queda en la botella?

## 3

## Multiplicación y división de fracciones

$$\frac{\text{●}}{\text{●}} \cdot \frac{\text{●}}{\text{●}} = \frac{\text{●} \cdot \text{●}}{\text{●} \cdot \text{●}}$$

$$\frac{\text{●}}{\text{●}} \div \frac{\text{●}}{\text{●}} = \frac{\text{●} \cdot \text{●}}{\text{●} \cdot \text{●}}$$

## Para multiplicar fracciones

- Se multiplican los numeradores  $\longrightarrow \frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$
- Se multiplican los denominadores  $\rightarrow \frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$

Para dividir dos fracciones, se multiplican los términos cruzados.

$$\left. \begin{array}{l} \text{Para dividir dos fracciones, se multiplican} \\ \text{los términos cruzados.} \end{array} \right\} \rightarrow \frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}$$

## Actividades

1 Calcula y, si es posible, simplifica.

a)  $5 \cdot \frac{2}{3}$

b)  $\frac{1}{4} \cdot 3$

c)  $\frac{3}{4} \cdot 2$

d)  $(-5) \cdot \frac{3}{10}$

e)  $6 \cdot \frac{1}{8}$

f)  $\frac{3}{4} \cdot (-4)$

2 Multiplica y, si es posible, simplifica.

a)  $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}$

b)  $\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{5}$

c)  $\frac{2}{5} \cdot \frac{3}{4}$

d)  $\frac{5}{3} \cdot \frac{6}{11}$

e)  $\frac{3}{4} \cdot \frac{10}{15}$

f)  $\frac{3}{2} \cdot \frac{4}{9}$

g)  $\frac{5}{7} \cdot \frac{7}{5}$

h)  $\frac{10}{3} \cdot \frac{3}{5}$

i)  $\frac{12}{5} \cdot \frac{5}{18}$

j)  $\frac{15}{8} \cdot \frac{2}{3}$

3 Expresa con una fracción.

a) El triple de dos séptimos.

b) La mitad de la mitad.

c) La mitad de un cuarto.

d) La cuarta parte de un tercio.

e) Un tercio de tres cuartos.

4 Luis avanza  $\frac{3}{4}$  de metro con cada paso. ¿Cuántos metros avanza con mil pasos?

5 Un bote de refresco de naranja contiene un tercio de litro.

¿Cuántos litros se necesitan para llenar 60 botes?

6 Divide y, si es posible, simplifica.

a)  $5 : \frac{1}{2}$

b)  $\frac{1}{2} : 5$

c)  $\frac{3}{2} : 6$

d)  $7 : \frac{14}{3}$

e)  $\frac{2}{5} : 3$

f)  $5 : \frac{10}{3}$

7 Divide.

a)  $\frac{1}{2} : \frac{1}{5}$

b)  $\frac{1}{5} : \frac{1}{2}$

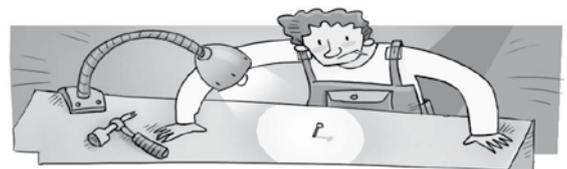
c)  $\frac{2}{7} : \frac{3}{4}$

d)  $\frac{3}{7} : \frac{5}{2}$

e)  $\frac{2}{11} : \frac{1}{5}$

f)  $\frac{7}{4} : \frac{5}{3}$

8 Un clavo penetra  $\frac{3}{4}$  de centímetro con cada martillazo. ¿Cuántos golpes de martillo se necesitan para que penetre 6 centímetros?



9 Con  $\frac{3}{4}$  de kilo de café se han llenado 5 bolsas. ¿Qué fracción de kilo contiene cada una?

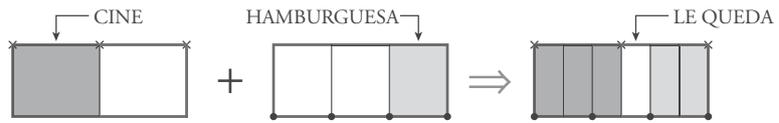
# 4 Algunos problemas con fracciones

Analiza los problemas siguientes, observa sus diferencias y reflexiona sobre los procesos seguidos en su resolución. Te ayudarán en muchos problemas con fracciones.

## Suma de fracciones

### PROBLEMA 1

Manuel gasta la mitad de su dinero en el cine y la tercera parte en una hamburguesa. ¿Qué fracción del dinero que tenía ha gastado? ¿Qué fracción le queda?



$$\text{GASTA} \rightarrow \frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{3}{6} + \frac{2}{6} = \frac{5}{6} \rightarrow \text{LE QUEDA} \rightarrow \frac{1}{6}$$

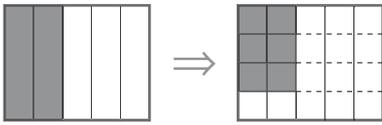
*Solución:* Manuel ha gastado  $\frac{5}{6}$  de su dinero y le queda  $\frac{1}{6}$ .

### Ten en cuenta

Para calcular la fracción de otra fracción, se multiplican ambas fracciones.

Por ejemplo:

$$\frac{3}{4} \text{ de } \frac{2}{5}$$



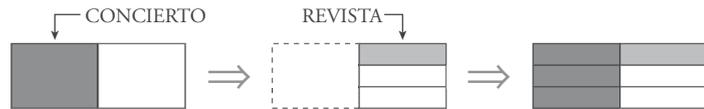
$$\frac{2}{5} \longrightarrow \frac{3}{4} \text{ de } \frac{2}{5} = \frac{6}{20}$$

$$\frac{3}{4} \text{ de } \frac{2}{5} = \frac{3}{4} \cdot \frac{2}{5} = \frac{6}{20}$$

## Fracción de otra fracción

### PROBLEMA 2

Marta gasta la mitad de su dinero en un concierto y la tercera parte "de lo que le quedaba" en una revista. ¿Qué fracción de su dinero ha gastado? ¿Qué fracción le queda?



$$\text{CONCIERTO: Gasta} \rightarrow \frac{1}{2}. \text{ Queda} \rightarrow \frac{1}{2}.$$

$$\text{REVISTA: Gasta} \rightarrow \frac{1}{3} \text{ de } \frac{1}{2} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{6}. \text{ Quedan} \rightarrow \frac{2}{3} \text{ de } \frac{1}{2} = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{2}{6}.$$

*Solución:* Ha gastado  $\frac{4}{6}$  de su dinero y le quedan  $\frac{2}{6}$  (simplifica estos resultados).

## Actividades

- 1 Andrea ha gastado  $\frac{2}{3}$  de su dinero en un vestido y  $\frac{1}{5}$  en un pañuelo. ¿Qué fracción del dinero le queda?



- 2 Si a Andrea le quedan 20 €, ¿cuánto tenía al principio?

- 3 Iván ha gastado  $\frac{2}{3}$  de su dinero en una camisa y  $\frac{1}{5}$  de lo que le quedaba en una corbata. ¿Qué fracción del dinero le queda?



- 4 Si a Iván le quedan 20 €, ¿cuánto tenía al principio?

# Ejercicios y problemas

Consolida lo aprendido utilizando tus competencias

## Operaciones con fracciones

### Suma y resta

1 ▼▼▼ Calcula mentalmente.

- a)  $1 - \frac{1}{2}$       b)  $1 - \frac{1}{4}$       c)  $1 - \frac{3}{4}$   
 d)  $\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$       e)  $\frac{3}{4} - \frac{1}{2}$       f)  $\frac{1}{4} - \frac{1}{8}$

2 ▼▼▼ Opera.

- a)  $\frac{1}{2} - \frac{1}{4} + \frac{3}{8}$       b)  $\frac{1}{3} + \frac{8}{9} - \frac{25}{27}$   
 c)  $2 - \frac{3}{2} + \frac{1}{6}$       d)  $\frac{3}{4} - \frac{7}{5} + \frac{3}{10}$   
 e)  $\frac{2}{5} + \frac{7}{10} - \frac{11}{15}$       f)  $\frac{8}{5} - 1 + \frac{13}{15}$   
 g)  $\frac{1}{6} + \frac{3}{4} - \frac{5}{8}$       h)  $\frac{5}{9} + \frac{1}{4} - \frac{5}{6} + \frac{7}{12}$

3 ▼▼▼ Ejercicio resuelto

Calcular:  $\left(\frac{2}{5} + \frac{1}{3}\right) - \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{5}\right) =$

a) Podemos operar, primero, en los paréntesis.  
 $= \frac{6+5}{15} - \frac{5-2}{10} = \frac{11}{15} - \frac{3}{10} = \frac{22-9}{30} = \frac{13}{30}$

b) O podemos quitar, primero, los paréntesis.  
 $= \frac{2}{5} + \frac{1}{3} - \frac{1}{2} + \frac{1}{5} = \frac{12+10-15+6}{30} = \frac{13}{30}$

### Multiplicación y división

4 ▼▼▼ Multiplica y reduce.

- a)  $\frac{2}{5} \cdot \frac{5}{6}$       b)  $\frac{1}{3} \cdot \frac{6}{5}$       c)  $\frac{4}{15} \cdot \frac{5}{8}$       d)  $\frac{8}{9} \cdot \frac{9}{8}$   
 e)  $\frac{12}{5} \cdot \frac{7}{12}$       f)  $\frac{10}{7} \cdot \frac{7}{15}$       g)  $\frac{7}{15} \cdot \frac{5}{14}$       h)  $\frac{2}{7} \cdot \frac{21}{16}$

5 ▼▼▼ Divide y simplifica.

- a)  $\frac{2}{5} : \frac{2}{5}$       b)  $\frac{1}{3} : \frac{2}{6}$       c)  $\frac{1}{3} : \frac{1}{7}$       d)  $\frac{3}{4} : \frac{1}{2}$   
 e)  $\frac{1}{2} : \frac{4}{5}$       f)  $\frac{15}{12} : \frac{3}{10}$       g)  $\frac{5}{3} : \frac{1}{6}$       h)  $\frac{2}{7} : \frac{6}{14}$

6 ▼▼▼ Opera como en el ejemplo y compara los resultados de cada apartado.

•  $\frac{2}{5} : \left(\frac{3}{5} \cdot \frac{1}{2}\right) = \frac{2}{5} : \frac{3}{10} = \frac{20}{15} = \frac{4}{3}$

a)  $\frac{3}{4} : \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{5}\right)$        $\left(\frac{3}{4} : \frac{1}{2}\right) \cdot \frac{3}{5}$

b)  $\frac{2}{5} : \left(\frac{3}{5} : \frac{1}{2}\right)$        $\left(\frac{2}{5} : \frac{3}{5}\right) : \frac{1}{2}$

### Operaciones combinadas

7 ▼▼▼ Ejercicio resuelto

Calcular:  $\frac{5}{11} \cdot \left(\frac{3}{2} - \frac{2}{5}\right) =$   
 $= \frac{5}{11} \cdot \frac{15-4}{10} = \frac{5}{11} \cdot \frac{11}{10} = \frac{5 \cdot 11}{11 \cdot 10} = \frac{1}{2}$

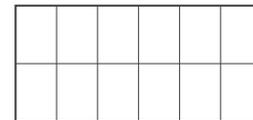
8 ▼▼▼ Calcula.

- a)  $\frac{1}{5} \cdot \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right)$       b)  $\frac{1}{4} : \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{4}\right)$   
 c)  $2 \cdot \left(\frac{4}{3} - \frac{5}{6}\right)$       d)  $\frac{1}{10} : \left(\frac{2}{3} - \frac{3}{5}\right)$   
 e)  $\frac{3}{4} \cdot \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{9}\right)$       f)  $\frac{7}{9} : \left(\frac{1}{6} + \frac{2}{9}\right)$

### Reflexiona, decide y aplica

9 ▼▼▼ Una bolsa contiene canicas. La cuarta parte son rojas; la tercera parte, verdes, y el resto, blancas.

a) Representa los colores en el gráfico.



b) ¿Qué fracción de las canicas de la bolsa son blancas?

c) ¿Cuál o cuáles de las siguientes expresiones responden a la pregunta anterior?:

I.  $1 - \frac{1}{4} + \frac{1}{3}$       II.  $1 - \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{3}\right)$

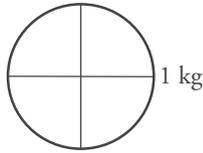
III.  $1 - \frac{1}{4} - \frac{1}{3}$       IV.  $\left(1 - \frac{1}{4}\right) - \frac{1}{3}$

# Ejercicios y problemas

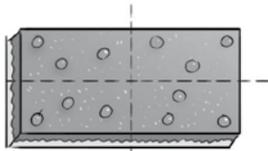
Consolida lo aprendido utilizando tus competencias

## Resuelve problemas

- 10** ▼▼▼ Rosa ha comprado un queso de tres cuartos de kilo y le ha dado a su hija medio kilo. ¿Cuánto pesa el trozo que se ha quedado ella?



- 11** ▼▼▼ Hoy ha sido la fiesta de cumpleaños de Marta. Su madre había comprado una tarta muy grande de la que se ha consumido la mitad. Después, han apartado una cuarta parte para los abuelos, que no han podido venir. El resto nos lo comeremos mañana. ¿Qué parte de la tarta ha quedado para mañana?



- 12** ▼▼▼ La mitad de los habitantes de una aldea viven de la agricultura; la tercera parte, de la ganadería, y el resto, de los servicios. ¿Qué fracción de la población vive de los servicios?
- 13** ▼▼▼ Un peregrino recorre  $\frac{1}{6}$  del camino en la primera semana,  $\frac{1}{3}$  en la segunda semana y  $\frac{2}{9}$  en la tercera. ¿Qué fracción del camino le queda por recorrer al principio de la cuarta semana?

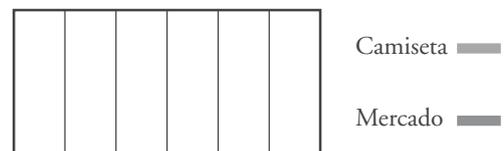
- 14** ▼▼▼ Una furgoneta de reparto carga 40 cajas de vino. Cada caja contiene 12 botellas de tres cuartos de litro.

¿Cuántos litros de vino van en la furgoneta?

- 15** ▼▼▼ ¿Cuántos litros de perfume se necesitan para llenar 100 frasquitos de  $\frac{3}{20}$  de litro?

- 16** ▼▼▼ Marta ha gastado la mitad del dinero que llevaba en una camiseta; la tercera parte, en el mercado, y aún le quedan 10 euros.

a) Representa la situación sobre el gráfico.



b) ¿Cuánto dinero llevaba?

- 17** ▼▼▼ De un listón de madera, cortamos la tercera parte para hacer una banderola. Después, cortamos la mitad de lo que queda para arreglar la valla del jardín. El trozo que sobra mide 40 centímetros.

¿Cuánto medía el listón antes de cortarlo?

## Autoevaluación

- 1** Reduce a común denominador:

$$\frac{3}{4}, \frac{5}{6}, \frac{7}{12}$$

- 2** Ordena de menor a mayor las tres fracciones del ejercicio anterior.

- 3** Calcula.

a)  $\frac{3}{4} - \frac{7}{12}$

b)  $1 + \frac{3}{4} - \frac{5}{6}$

- 4** Calcula y simplifica.

a)  $\frac{2}{5} \cdot \frac{3}{4}$

b)  $\frac{4}{15} : \frac{2}{3}$

- 5** En casa de Raquel compran una tarta. Al mediodía consumen la mitad de la tarta, y en la cena, la tercera parte.

¿Qué porción de tarta han consumido?

¿Qué porción queda?

- 6** Julián avanza  $\frac{4}{5}$  de metro en cada paso.

¿Cuánto avanza en 10 pasos?

- 7** Un botellín de agua contiene  $\frac{1}{3}$  de litro.

¿Cuántos botellines se llenan con 30 litros?